DCLL
/1338

17. Idée de la perfection de la Peinture, démontrée par les principes de l'Art, et par des exemples conformes aux observations que Pline et Quintilien ont faictes sur les plus célèbres tableaux etc., par Roland Fréart, sieur de Chambray. *Au Mans*, 1662, in-4, veau brun.

Acheté 12 f. 50. Bro-
-nett le château
de la Davière (Sarthe)
(oct. 1912)

Digitized by the Internet Archive
in 2017 with funding from
Getty Research Institute

https://archive.org/details/laperspectiuedeu00eucl

LA

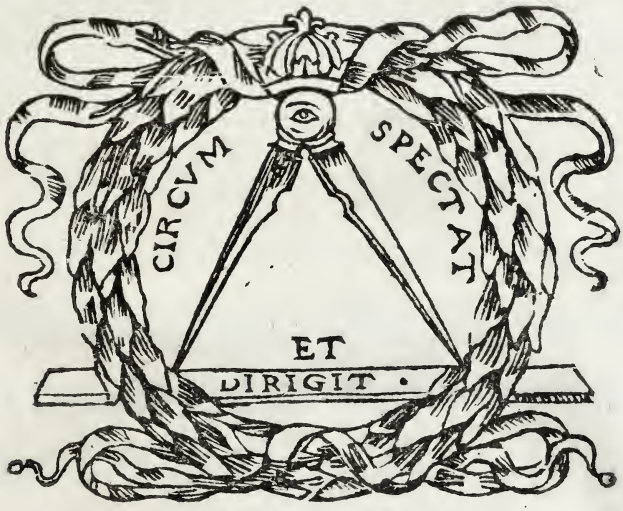
PERSPECTIVE D'EVCLIDE,

TRADVITE EN FRANÇOIS SVR LE TEXTE GREC, ORIGINAL DE L'AVTHEVR,

Et demonſtrée

PAR ROL. FREART DE CHANTELOV,

SIEVR DE CHAMBRAY.



AV MANS.

De l'Imprimerie de IACQVES YSAMBART Marchand Libraire, et Imprimeur, demeurant au Pont-neuf, à l'Enſeigne du Sainct Eſprit.

M. DC. LXIII.

AV ROY

SIRE

La Fortune, qui par vn caprice particulier auoit detaché cette Perſpectiue d'auec les autres Ouurages d'Euclide ce fameux Geometre pour la tenir ſupprimée prés de deux mille

ans, ſembloit l'auoir en cela extraordinairement maltraittée, et auoir fait vn outrage à ſon Autheur: Mais aujourdhuy que nous la voyons renaiſtre ſoubs les auſpices du glorieux Regne de Voſtre Majeſté et de ſa protection Royale, on ne ſçauroit plus douter que cette apparence de diſgrace ne fuſt en effect vne faueur ſinguliere que la meſme Fortune luy reſeruoit en vn meilleur temps pour la rendre plus conſiderable et plus ſignalée: Car outre qu'elle luy a toûjours conſerué la Nobleſſe de

l'Antiquité par le nom illuſtre de ſon Autheur, elle a voulu luy donner encore de plus l'Agrément de la Nouueauté pour la faire voir comme vn Prodige où elle a joinct ces deux qualitez qui ſembloient auparauant incompatibles l'Antiquité et la Nouueauté. C'eſt-donc SIRE, cette vieille Nouueauté que le fameux nom d'Euclide m'a fait juger digne de trouuer place dans le Louure meſme, qui eſt maintenant vne eſpece d'Academie des plus beaux Arts, et des Sciences qui les produiſent,

dont la Perſpectiue eſt la principale Baſe, mais particulierement de l'Architecture et de la Peinture que le grand amour dont VOSTRE MAIESTE' les honore a rendües ſi nobles que c'eſt aujourdhuy faire ſa Cour en homme d'eſprit d'en ſçauoir parler à la rencontre et de s'y monſtrer intelligent.

VOSTRE MAIESTE' la receuera donc, s'il luy plaiſt, comme vn bon Augure des felicitez que le Ciel prepare à ſon Siecle, et particulierement à ſon Royaume, où nous eſperons de voir

bien-toſt refleurir les meſmes choſes qui ont autres-fois rendu la Grece ſi admirable. Que ſi ce petit fragment des Oeuures d'Euclide, le plus rare et le plus ſolide eſprit qu'elle ait iamais eu, vient à paroiſtre agreablement deuant VOSTRE MAIESTE', ce me ſera vn bon-heur extreme d'auoir eſté ſon reſtaurateur, et l'eſtude que i'y ay faite aura toute la recompence que ie m'en ſuis propoſée. Cependant, SIRE, ie demande tous les iours à Dieu qu'il continuë de benir et voſtre Regne, et

voſtre Sacrée Perſonne d'vne longue ſuite de trés-heureuſes années. Ce ſont les vœux

SIRE

De voſtre trés-humble, trés obeïſſant, et trés-fidelle Suject et Seruiteur
DE CHAMBRAY.

PREFACE.

LE premier des douze Axiomes qu'Euclide ſuppoſe icy au commencement de la Perſpectiue eſtant conteſté par tous les Modernes qui ont eſcrit de la meſme choſe, i'ay eſtimé neceſſaire, auant que d'entrer dans la matiere de ce Traitté, de rapporter les raiſons que noſtre fameux Autheur a eües de croire que la Veüe ſe fait par l'Emiſſion des Rayons viſuels, et d'eſtablir ce Principe pour trés-veritable, quoy qu'aujourd'huy l'opinion commune ſoit qu'elle ne ſe face que par vne reception des Eſpeces que tous les Objects viſibles enuoyent à l'œil comme à vn miroir.

Les raiſons donc de noſtre incomparable Geometre ſont deduites et demonſtrées familiairement dans vne Preface Greque qui ſe trouue jointe à l'Original de cet Ouurage, laquelle eſt apparemment de Theon Alexandrin, parce qu'il en a eſté

l'Expoſiteur. Voicy comment il en parle.

Lors que Euclide repreſentoit à ſes Auditeurs par quels moyens l'operation de la veüe ſe fait, il auoit accouſtumé de leur propoſer, par maniere de recreation, quelques exemples familiers dont l'experience ordinaire leur aydaſt à conceuoir la verité des principes ſur leſquels il eſtabliſſoit les Theoremes de ſon Optique.

La premiere choſe qu'il ſuppoſoit eſt, Que toute lumiere eſt portée en lignes droites: Et pour en donner vne Demonſtration oculaire, il leur faiſoit remarquer comme les Ombres que tous les Corps jettent ſur vn Plan, et les rayons du Soleil paſſans au trauers d'vne feneſtre, ou de quelqu'autre ſemblable ouuerture, font leur emiſſion en lignes droites; d'où il venoit à conclure la verité apparente de ſon Axiome.

Il diſoit encore que la Clarté radieuſe du Feu eſtoit la cauſe qui fait paroiſtre les corps partie eſclairez et partie ombreux, jettant ſur le Plan des Ombres quelques fois egales aux corps, quelques-fois plus grandes, et d'autres fois moindres. Qu'elles ſe trouuoient egales aux corps lors que le corps

et le luminaire ſe rencontroient de meſme grandeur, parce que pour lors les rayons partans des extremitez du luminaire eſtoient paralelles entre-eux, et ainſi ne diminüant ny augmentant rien à l'Ombre, la laiſſoient touſiours vniforme au Corps qui la produiſoit: Mais que ſi les Ombres eſtoient moindres que les Corps, cela venoit de ce que le luminaire eſtoit plus grand; car les rayons des extremitez du luminaire concourant et s'approchant l'vn de l'autre, faiſoient que l'Ombre ſe reſerroit derriere le Corps: Et enfin s'il arriuoit que l'Ombre s'allaſt dilatant de plus en plus, il falloit neceſſairement que le luminaire fuſt plus petit que le corps ombreux: ce qu'il monſtroit ne ſe pouuoir faire ſi les rayons lumineux n'eſtoient tous portez en lignes droites.

Et voicy l'experience viſible et la preuue indubitable qu'il leur en donnoit.

Vne Lampe preparée à cet effect, eſtant allumée, on luy oppoſoit quelque corps opaque, comme vne tablette de bois, dans le milieu de laquelle il y auoit vne petite ouuerture en long, comme vn traict de ſye, et cette ouuerture eſtant ajuſtée preciſé-

ment au droict de la Lampe, on preſentoit paralellement au deuant de cette tablette, à vne diſtance conuenable, vne autre tablette de meſme grandeur, enſorte que les rayons lumineux du feu de la Lampe paſſans au trauers de l'ouuerture de la premiere tablette peuſſent venir rencontrer cette ſeconde; car par ce moyen il leur faiſoit remarquer viſiblement que les rayons de la Lampe alloient tous en lignes droites.

Ayant donc poſé pour vne maxime indubitable, Que toute lumiere ſe reſpand en lignes droites, il concluoit neceſſairement, Que les rayons viſuels partans de l'œil faiſoient tous leur emiſſion en lignes droites; Mais en telle ſorte neãtmoins qu'ils eſtoient diſtans et ſeparez l'vn de l'autre par quelque interualle: Ce qui empeſchoit qu'on ne peuſt voir toutes les parties d'vn Obiect au meſme inſtant: Et voicy l'exemple qu'il en donnnoit.

Souuent il arriue qu'vne Aiguille, ou quelque autre petite choſe ſemblable, nous eſtant tombée à terre, et la cherchant fort ſoigneuſement ſans l'apperceuoir qu'àprés vn long temps, et aprés pluſieurs reueües au-

tour du lieu où elle eſt ſans que neantmoins il s'y rencontre aucun obſtacle, enfin noſtre œil la deſcouure. Delà on doit inferer que ne voyant pas l'Aiguille il ne voyoit pas auſſi l'endroit precis où elle eſt, et par conſequent que toutes les parties du lieu qu'on regarde ne ſe voyent pas diſtinctement en vn meſme inſtant; car ſans cela on y auroit veu auſſi l'Aiguille que l'on cherchoit.

Il leur propoſoit encore l'exemple d'vn fueillet de Liure, dont il eſt certain que le Lecteur ne void pas immediatement, et tout à la fois chaque lettre à part, vû que ſouuent ſi on luy en deſigne quelqu'vne particuliere, il luy faut du temps pour la trouuer, parce que les rayons viſuels eſtans des lignes disjointes l'vne de l'autre, ils ne voyent point les lettres qui ſe rencontrent dans l'eſpace vuide qui les ſepare: D'où l'on infere neceſſairement que l'œil ne void les objects que par le deſtail de leurs parties, et non tout enſemble, quoy qu'il s'imagine de les voir; qui eſt vn effect de la trés-grande viuacité des rayons viſuels qui font leur operation d'vne viſteſſe admirable.

Or ces deux Exemples, de l'Aiguille qu'il

faut qulques fois chercher long-temps, et des lettres du fueillet de Liure qu'on eſt obligé d'examiner diſtinctement et auec vne ſi grande attention, faiſoient auſſi l'argument dont il refutoit l'opinion de ceux qui croyent que l'Image des Obiects que nous voyons vient d'elle-meſme faire ſon impreſſion dans noſtre œil: Car, diſoit-il, s'il eſt vray que les Obiects viennent ſe produire eux-meſmes à noſtre veüe, pourquoy eſt-ce que l'Aiguille ne ſe voyoit pas d'abbord, et que la Lettre qu'on cherche dans la fueille eſcritte ne ſeroit pas deſcouuerte au meſme inſtant: Car de dire que cela vient d'auoir peut-eſtre l'eſprit diſtraict à quelque autre choſe, il n'y a point d'apparence puiſqu'on la cherche; Et quand meſme il ſeroit vray, n'arriue-il pas ſouuent qu'aprés l'auoir inutilement cherchée auec attention, enfin on la vient aperceuoir à contre-temps en n'y penſant plus.

Voyla les raiſons dont noſtre grand Geometre Euclide confirmoit ſon opinion de l'emiſſion des rayons viſuels ſur les Obiects. Et pour eluder encore en meſme temps celle de ces Philoſophes qui ſouſtenoient la

reception des Images dans la prunelle de l'œil, il monſtroit ſenſiblement par l'exemple meſme de l'organe de la veüe, que la Nature luy auoit donné vne forme toute contraire à celle des autres Sens qui agiſſent par la reception de leurs eſpeces, comme ſont le Nez la Bouche et l'Oreille, que pour cet effect elle auoit formez Concaues; Mais que l'œil eſtant d'vne figure ſpherique et conuexe, ſon operation deuoit eſtre autant differente de celle des autres Sens, que la forme de ſon organe l'eſtoit de la leur.

Aprés ces Raiſons et ces Exemples il eſt inutile d'en faire icy vne plus longue queſtion, puiſque auſſi bien le fondement radical des Theoremes de la Perſpectiue ſubſiſte touſiours egalement dans l'vne et l'autre opinion : Car l'emiſſion des rayons viſuels ſur les Objects, ou la reception de leurs Images dans l'œil, ne changent rien à l'effect de la Geometrie dans la formation des angles viſuels, ny à l'interualle des diſtances des Objects, cela ne dependant point de l'operation des Sens exterieurs.

LA PERSPECTIVE D'EVCLIDE.

AXIOMES.

SOIT SVPPOSE'

I.

QVE les rayons visuels au sortir de l'œil sont portez en lignes droites, et sont distans l'vn de l'autre, et separez par quelque interualle.

II.

Et que la Figure compriſe soûs ces rayons est vn Cône, qui a son sommet au centre de l'œil, et sa base aux extremitez ou contours des Choses veües.

III.

Qu'on void seulement les Choses que les rayons visuels vont rencontrer.

IV.

Et qu'on ne void point auſſi celles que les rayons viſuels ne rencontrent point.

V.

Que les Choſes qui ſont veües ſoûs vn plus grand angle paroiſſent plus grandes.

VI.

Mais que celles qui ſont veües ſoûs vn angle plus petit paroiſſent plus petites.

VII.

Comme auſſi celles qui ſont veües ſoûs des angles egaux paroiſſent egales.

VIII.

Et que toutes celles qui ſont veües ſoûs des rayons plus éleuez paroiſſent plus éleuées.

IX.

Que celles auſſi qui ſont veües ſoûs des rayons plus abaiſſez paroiſſent plus baſſes.

X.

Et ſemblablement, que celles qui ſont veües ſoûs des rayons tirans plus vers la main droite paroiſſent plus à main droite.

XI.

Et eſtant veües ſoûs des rayons tournans vers la gauche elles paroiſſent auſſi plus à main gauche.

XII.

Mais que celles qui ſont veües ſoûs vne plus grande quantité d'angles ſe monſtrent plus euidemment à l'œil, & ſe diſcernent plus parfaitement.

On tiendra donc ces ſuppoſitions comme des Axiômes ou Principes de connoiſſance indubitables, par leſquels tous les Theoremes ſuiuans ſeront demonſtrez.

THEOREME I.

Aucune Choſe viſible ne peut eſtre veüe toute en vn meſme inſtant.

Demonstration.

CE premier Theoreme eſt vne conſequence immediate du premier Axiôme, qui dit, que les rayons viſuels ſont diſtans et ſeparez l'vn de l'autre par quelque interualle; car cet interualle ou ſeparation eſtant vn eſpace vuide, il s'enſuit neceſſairement qu'il n'eſt point veu, parce que l'œil ne peut voir que par le moyen de l'emiſſion des rayons viſuels; tellement que la partie de l'objet qui ſe rencontre directement à l'oppoſite de cet interualle n'eſtant

atteinte d'aucun rayon visuel, elle ne peut estre veuë. Et c'est ce qu'Euclide demonstroit sensiblement à ses Auditeurs par deux exemples familiers, qui sont raportez dans la Preface de ce Traitté; L'vn d'vne aiguille, qui estant tombée à terre ne se retrouue le plus souuent qu'aprés l'auoir bien cherchée et fait beaucoup de reueües au mesme endroit où elle est tombée.

L'autre d'vn fueillet de liure, dont on ne void pas toutes les lettres en mesme instant. Mais parce que ce premier Axiôme d'Euclide, qui fait la base de nostre Demonstration, n'est pas receu de quelques Autheurs celebres, qui ont aussi escrit de la Perspectiue, ce sera vn temps vtilement employé par les studieux, de voir les expositions de ces autres Maistres sur ce Theoreme qu'ils demonstrent par d'autres Principes: Et pour en faciliter dauantage l'intelligence, selon leur sens, ils adiousteut tous quelque chose au texte d'Euclide.

Entre ces Autheurs, i'en trouue trois principalement considerables, que ie citeray souuent dans la suite de ce Traitté.

Le premier est Alhazen Arabe, homme

trés-ſçauant, contemporain d'Auicenne, de Zoare et d'Auerroëz, qui rendirent leur patrie et leur Siecle illuſtre par l'eſtude des belles lettres qui y floriſſoient par leur moyen il y a prés de ſix ſiecles. Celuy-là propoſe ainſi noſtre Theoreme, qui fait la 16. Propoſition du 3. Liure de ſon Optique.

Vn grand Objet ne peut eſtre veu tout enſemble egalement.

Il adjouſte donc deux conditions au texte d'Euclide: L'vne, que l'Objet ſoit grand; d'où il ſemble que s'il eſt petit, ou meſme mediocre, il laiſſe croire qu'il pourra bien eſtre veu tout enſemble en quoy il ne conuient pas auec Euclide. L'autre condition eſt, qu'eſtant grand il ne peut pas eſtre veu tout enſemble egalement, c'eſt adire que toutes ces parties ne peuuent pas eſtre veuës en vn egale euidence au meſme inſtant.

Le ſecond Autheur eſt Vitellion auſſi Arabe, et peuteſtre encore du meſme temps que Alhazen, parce que quelques-vns ont eſtimé qu'il eſtoit diſciple de ce premier, voyant la conformité de leurs opinions dans cette matiere. Voicy ſon expoſition

de noſtre Theoreme, qui fait la 48. Propoſition de ſon 3. Liure.

Aucun des Objects viſibles n'eſt veu tout enſemble egalement.

Il n'adjouſte que le mot de *egalement*; mais c'eſt aſſez pour faire connoiſtre qu'il ne ſuit pas en cela l'opinion d'Euclide; car ce n'eſt pas la meſme choſe de dire, Que les parties d'vn Object ne ſont pas veües egalement toutes à la fois, c'eſt adire dans vne meſme euidence et egalement diſtinctes au meſme inſtant; ou de ſouſtenir auec Euclide qu'il y en a qui ne ſont point veuës du tout entre celles qui ſont veuës; comme eſt l'aiguille qu'on cherche quelques fois long-temps parmy la place oú elle eſt tombée ſans l'aperceuoir.

Le troiſiéme Autheur eſt vn moderne de noſtre Siecle, qui ne me paroiſt point inferieur aux deux premiers; et meſme ie trouue que ſon Optique eſt d'vn plus bel ordre et mieux demonſtrée, c'eſt adire plus intelligible dans ſes figures, et plus raiſonnée que celle des autres: car il rapporte ſouuent des experiences curieuſes et familieres qu'il a

obſeruées pour éclaircir ſes Demonſtrations theoriques; ce qui recrée et inſtruit agreablement le Lecteur.

Il n'eſt pas pourtant icy d'auec nous, et tient poſitiuement contre Euclide, que l'operation de la veüe ne ſe fait point par Emiſſion de rayons viſuels: c'eſt ſa 67. Propoſition, au premier Liure.

Quant à ce premier Theoreme il l'enonce ainſi en la 80. Propoſitition ſuiuante.

Il ne ſe peut faire qu'on voye au meſme moment pluſieurs choſes auec vne egale perſpicuité.

C'eſt le meſme ſens des deux premiers en d'autres termes.

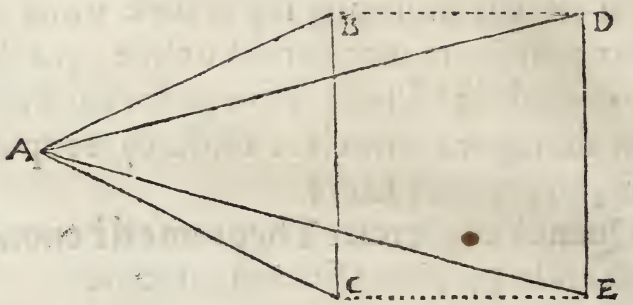
THEOREME II

Des Grandeurs egales ſe trouuant en des diſtances inegales, celles qui ſont plus proches de l'œil ſe monſtrent plus diſtinctement & plus clairement.

Demonstration.

LA Demonſtration de ce Theoreme eſt fondée ſur noſtre dernier Axiôme, qui dit, Que les choſes veües ſoûs vne plus grande quantité d'angles, c'eſt adire ſous plus de rayons viſuels, ſe diſcernent plus

exactement En voicy la conſtruction Geometrique.



Soit l'œil au poinct A, et les deux Grandeurs diuerſement eſloignées B C et D E, leſquelles on preſuppoſe eſtre egales et parallelles, et que la plus voiſine de lœil ſoit B C: Ayant mené du poinct de l'œil A aux extremitez des deux Grandeurs B C et DE, les quatre rayons viſuels A B, AC, et A D, A E, Il eſt clair que tous ces quatre rayons iront toucher la Grandeur B C, qui eſt la plus voiſine de l'œil A; et que la Grandeur DE, qui eſt la plus eſloignée, ne ſera touchée que des deux rayons AD, AE; et par conſequent, ſelon le dernier Axiôme, la Grandeur B C, qui eſt plus proche de l'œil A, et qui eſt veüe par vne plus grande quantité d'angles

d'angles et de rayons visuels, luy paroistra plus euidemment.

Voyez Vitellion, Liure 4. prop. 15. et Alhazen, Liure 2. prop. 40.

THEOREME III.

Chaque Object visible a vne certaine longueur de Distance determinée, au delà de laquelle il n'est plus veu.

Demonstration.

C'est perdre le temps que de chercher des Demonstrations Geometriques à des veritez qui sont si claires et si conneuës à l'Entendement, qu'elles peuuent estre mises au rang des Axiômes: Car nous sçauons naturellement, et par l'experience continuelle, que nostre veuë est si courte et si bornée que les meilleurs yeux ne peuuent pas reconnoistre vn homme d'auec vn autre animal dans la distance d'vne demie lieuë, et qu'à vne lieuë entiere il est impossible de le voir du tout, et bien moins encore à quatre lieuës; par consequent la proposition est indubitable.

THEOREME IV.

Des Interualles egaux eſtant marquez ſur la meſme ligne droite, ceux qui ſont veus d'vne plus longue diſtance ſemblent plus petits.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme eſt le fondement d'vne Pratique fort ordinaire dans la Peinture, que ceux de la Profeſſion appellent communément la DEGRADATION du PLAN du Tableau. C'eſt vne des premieres leçons qu'on donne à ceux qui apprennent la Perſpectiue.

Vitellion en ſon 4. LIURE, PROP. 22. et Aguilonius, auſſi LIURE 4. PROP. 2. demonſtrent tous deux geometriquement ce Theoreme, et leur demonſtration lineale eſt preſque la meſme.

Le nœud de l'affaire va à ſçauoir, que plus vne choſe eſt veuë de prés et plus l'angle des RAYONS viſuels qui la comprennent eſt grand : comme auſſi à proportion qu'elle s'eſloigne de l'œil l'angle ſe reſerre. Or par les 5. et 6 AXIÔMES, les choſes paroiſſent plus grandes ou plus petites, ſelon l'ouuer-

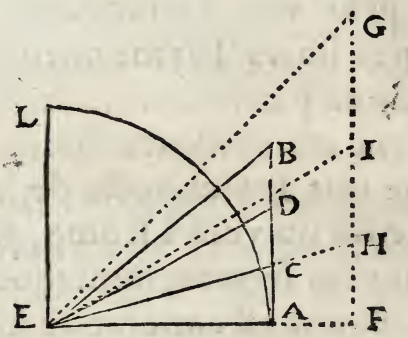
ture de l'angle viſuel qui les comprend.

Ie ne m'amuſeray point icy à repeter ce que ces deux Autheurs diſent là-deſſus, puis qu'on le peut voir commodément dans leurs propres liures. I'ayme mieux faire vne Demonſtration particuliere, à laquelle j'appliqueray vne connoiſſance fort curieuſe du moyen que tint L'Architecte de la Colonne Trajane qu'on void à Rome, pour faire en ſorte que les figures, dont toute la Tige de cette Colonne eſt enrichie depuis la Baſe iuſqu'au Chapiteau, paruſſent continuellement de meſme grandeur au haut comme au bas, ſans quoy la pluſpart de ſon Ouurage fuſt demeuré imperceptible à la veuë, acauſe de l'exceſſiue hauteur de la Colonne.

Commençant donc par la Demonſtration lineale. Soit la ligne droite AB, ſur laquelle ſoient marquez les interualles egaux A C, CD, DB, et le poinct de l'œil ſoit E, duquel partent les rayons viſuels EA, EC, ED, EB, allans rencontrer chaqu'vn des interualles egaux marquez ſur la ligne droite AB.

Ie dis que le premier interualle AC, eſtant le plus prés de l'œil E, il ſera veu ſoubs vn plus grand angle que les deux autres inter-

ualles CD, et DB, plus esloignez, et par consequent paroistra plus grãd, par le 5. Axiome.



Ce qui se demonstre par la derniere proposition du 6. Liure des Elements, où il est prouué, que les angles sont entre-eux comme les portions de circonference du Cercle qui les comprend.

Si donc au droict de la ligne des interualles egaux AB, on descrit vn Quart de cercle AL, dont l'œil E, soit le centre, les rayons visuels allant rencontrer chaque poinct des interualles egaux sur la ligne AB, couperont la circonference du Quart de cercle en autant de sections qu'il y aura d'interualles, et par l'inegalité de ces sections on conclura l'inegalité de l'apparence des interualles,

parce qu'ils paroiſtrõt entre eux plus grands ou moindres proportionnement à ces ſections de Circonference qui forment les angles viſuels.

Or il eſt trés-euident en cette figure que le premier interualle AC, eſt veu ſoubs vn plus grand angle AEC, que le ſecond interualle CD, qui eſt veu ſoubs l'angle CED, moindre que AEC; et que le troiſieſme interualle DB, eſt veu ſoubs l'angle DEB, encore moindre que les deux premiers: Donc le premier interualle AC, paroiſtra plus grãd que le ſecond interualle CD, et ainſi de ſuite.

De cela il eſt aiſé de conclure, que pour faire que les interualles ſuſdits paroiſſent egaux, il faut mener les rayons viſuels ſur la ligne droite par des ſections de circonference egales entre elles, qui formeront des angles viſuels egaux, puis accommodant et augmẽtant proportionnement ces interualles à l'ouuerture des angles egaux qui ſeront donnez par les rayons viſuels, Il eſt certain qu'ils paroiſtront tous egaux à l'œil, quoy qu'ils ſoient reellement inegaux, comme il ſe void ſur la ligne FG.

C'eſt par ce moyen que la Colonne Tra-

jane a eſté compartie d'vne maniere ſi ingenieuſe que l'Art ſuppleant au deffaut de la Nature rend les parties les plus éloignées, auſſi ſenſibles à l'œil comme les plus proches; qui eſt vn effect d'optique admirable à ceux qui n'en entendent pas le ſecret, quoy que neantmoins la pratique en ſoit facile; ainſi qu'on la void icy demonſtrée ſur la ligne FG, par les rayons viſuels EF, EH, EI, EG, oú l'egalité des angles viſuels, et l'inegalité des interualles FH, HI, IG, gardét entre-elles vne telle reciprocation, qu'à meſure que les interualles s'eſloignent de l'œil E, Ils vont ſucceſſiuemét auſſi s'accroiſſant, en ſorte que par ce moyen ils regagnét préciſément la meſme apparence de Grandeur que l'eſloignement leur a fait perdre.

THEOREME V.

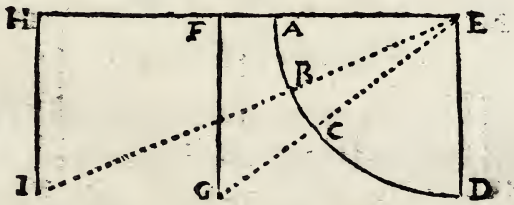
Des Grandeurs egales inegalement éloignées ſemblent inegalles, & la plus proche de l'œil paroiſt touſjours eſtre la plus grande.

Demonstration.

IL faut ſuppoſer que ces Grandeurs ſoient en meſme ſituation au reſpect de l'œil,

ſans quoy la Propoſition ne ſeroit pas vniuerſellement vraye, comme nous verrons ſur la fin de ce Traitté en diuers lieux, et particulierement au 44. Theoreme.

Au reſte cette Propoſition a tant de rapport à la precedente qu'elle ſemble ſa Conuerſe, les interualles et les grãdeurs pouuant eſtre pris pour la meſme choſe: C'eſt pourquoy ie me ſeruiray encore icy de la meſme eſpece de Demonſtration lineale, faiſant voir, par le moyen des angles viſuels ſur le Quart de cercle, la differente apparence des Grandeurs egales, diuerſement éloignées de l'œil.



Soit le Quart de cercle ABCD, dont l'œil ſoit le centre au poinct E, et que les rayons viſuels EF, EG, aillent rencontrer la grandeur FG, plus proche de l'œil E, et les autres rayons viſuels EH, EI, aillent ren-

contrer vne autre grandeur HI, égale à la premiere F G, mais plus éloignée ; Il eſt euident ſur le Quart de cercle ABCD, que l'angle viſuel F E G, qui a pour baſe la premiere grandeur F G, coupe vne plus grande portion de circonference que l'angle HEI, qui a pour baſe l'autre grandeur H I, plus eſloignée : Donc la premiere grandeur FG, paroiſt la plus grande, puis qu'elle eſt veüe ſoubs vn plus grand angle, par le cinquieme Axiôme.

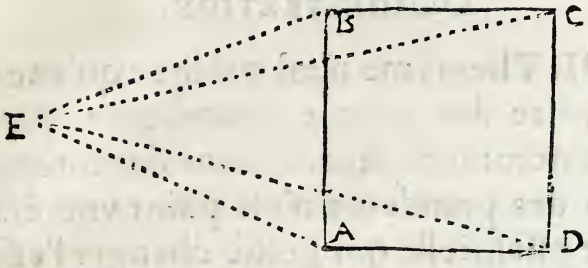
THEOREME VI.

Les interualles paralelles regardez de loin paroiſſent d'vne largeur inegale.

Demonstration.

CE Theoreme et celuy qui ſuit encore, different ſi peu des deux precedents, qu'ils peuuent tous quatre eſtre compris ſoubs vne meſme Demonſtration lineale: Neantmoins i'ay mieux aymé en donner vne particuliere à chaqu'vn pour n'embroüiller point l'imagination du Lecteur, en luy faiſant conceuoir diuerſement la meſme figure.

Soit



Soit donc le Plan ABCD, la largeur duquel ſoit terminée par les lignes ou interualles egaux AB, CD, et que la diſtance de l'œil qui les void ſoit au poinct E: Il eſt euident que l'angle viſuel AEB, qui comprend l'interualle AB, eſt plus grand que l'angle DEC, qui comprend l'autre interualle DC, donc ces interualles paroiſſent d'vne largeur inegale, puis qu'ils ſont veus ſoubs des angles inegaux.

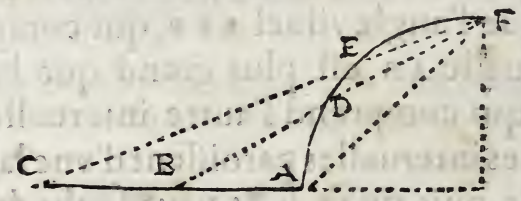
Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 21. et Aguilonius Liure 4. Prop. 43.

THEOREME VII.

Des Grandeurs egales eſtant ſur la meſme ligne droite en des diſtances plus éloignées l'vne que l'autre, elles paroiſſent inegales.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme n'eſt preſque qu'vne redite des 4. et 5. precedents, car ce qu'ils nomment diuerſement des interualles et des grandeurs n'eſt point vne difference eſſentielle qui puiſſe changer l'effect de l'Optique, ce ſont des termes tous vniuoques en cette matiere. Mais ie ne veux pas laiſſer pour cela de donner encore icy vne DEMONSTRATION particuliere.



Soit propoſé vne ligne droite AC, ſur laquelle ſoient deux grandeurs egales AB, BC, et directement à cette ligne ſoit deſcrit le Quart de cercle ADEF, à l'extremité duquel ſoit l'œil au poinct F. Si donc les rayons viſuels FA, FB, FC, vont rencontrer ſur la ligne droite AC, les grandeurs egales propoſées AB, BC, au delà du quart de cercle FEDA, les rayons FB, FA, qui voyent la pre-

miere grandeur A B, couperont la circonference du quart de cercle aux poincts A, et D, et les rayons F C, F B qui voyent la seconde grandeur plus esloignée B C, couperont la meſme circonference aux poincts D, et E. Or de l'inegalité manifeſte des portions du quart de Cercle A D, D E, coupées par les Rayons viſuels ſuſdits, on conclura l'inegalité des angles viſuels, et par conſequent auſſi l'inegalité de l'apparẽce des grandeurs A B, B C, veües ſoubs ces angles inegaux, par le 5. et 6. Axiômes; et ainſi de ſuite s'il y auoit dauantage de grandeurs egales marquées ſur la meſme ligne droite propoſée. Ce qu'il falloit demonſtrer.

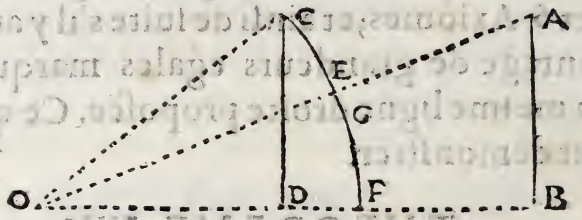
THEOREME VIII.

Des Grandeures egales, inegalement eſloignées de l'œil ne gardent pas entr'elles la meſmẽ Raiſon ou Proportionalité aux angles viſuels qu'à leurs diſtances.

DEMONSTRATION.

C'Eſt à dire, que ſi des grandeurs egales ſont tellement eſloignées de l'œil, que la premiere ſoit, par exemple, à la diſtance de ſix pieds, et la ſeconde à la diſtance

de douze pieds, et ainſi de ſuite : Il ne s'enſuit pas pour cela que cette ſeconde grandeur, qui eſt iuſtement deux fois plus loin que la premiere, paroiſſe auſſi iuſtement deux fois plus petite, et que l'angle viſuel, qui comprend celle qui n'eſt eſloignée que de ſix pieds, ſoit preciſément deux fois plus grand que l'autre angle, qui comprend celle qui eſt eſloignée iuſques à douze. Et en voicy la demonſtration geometrique.



Soient les deux grandeurs A B, C D, egales entr'elles, et que directement à ces deux grandeurs l'œil ſoit au poinct O. d'où procedent les rayons viſuels O C, O D, et O A, O B, en ſorte que le rayon viſuel O B, aille rencontrer directement ces deux grandeurs aux poincts D, et B ; et que O D, ſoit vne diſtance de ſix pieds, et O B, vne diſtance de douze pieds. Ie dis que la premiere grandeur C D

qui eſt la moitié plus prés de l'œil, que l'autre grandeur AB, ne paroiſt pas pour cela reciproquement plus grande de la moitié : Car ayant deſcrit la portion de cercle CEF, qui a pour centre le poinct de l'œil O, et pour demidiametre le rayon viſuel OC, aboutiſſant à l'extremité C. du haut de la premiere grandeur CD, il faudroit que l'autre rayon OA, lequel abouſtit auſſi au haut de la ſeconde grandeur AB, et qui coupe la portion de cercle au poinct E, ſe trouuaſt preciſément au poinct G, moitié de cette portion de cercle, afin que l'angle COD, de la premiere grandeur CD, fuſt double de l'angle AOB, de la ſeconde grandeur AB, ce que la figure monſtre manifeſtement eſtre faux. Donc la propoſition eſt vraye.

Ce Theoreme eſt d'vne excellente ſpeculation pour les Geometres, et vn des plus releuez qui ſoit en tout ce traitté.

Vitellion Liure 4. prop. 11. et Aguilonius liu. 3 prop. 7. et 12. l'expliquent fort amplement et l'eſtendent meſme dauantage qu'il n'eſt icy, en ce qu'ils demõſtrent que la difference des diſtances de ces grandeurs eſt en plus grande raiſon ou proportionalité que

celle des angles vifuels qui les comprennent

THEOREME IX.

Des Grandeurs quarrées eſtant veuës de loin paroiſſent rondes.

Demonstration.

CEs grandeurs quarrées ſe doiuent entendre icy generalement de toute ſorte de figures regulieres, ſoit d'angles obtus, ou d'angles aigus: et la forme ronde ſe prend auſſi pour toute ſorte de conuexité.

Cela ſuppoſé, il ne faut point chercher d'autre demonſtration plus naturelle que l'experience ordinaire, qui fait que lors que nous regardons de loin des Tours quarrées, des Baſtions, des Demilunes, des Redoutes et de telles autres ſtructures de l'Architecture militaire, tout cela d'abord nous paroiſt rond: Et la raiſon de cette ſurpriſe de l'œil eſt parce que les extremitez des angles eſtant touſiours les plus petites parties d'vn corps, elles commencent auſſi les premieres à diſparoiſtre dans l'eſloignement, comme il a eſté prouué cy-deuant en noſtre 3. Theoreme qui dit, Que toute grandeur a vn cer-

tain interualle de diſtance determiné, au delà duquel elle ceſſe d'eſtre veüe : Si-bien que ces angles commençans à demeurer les premiers imperceptibles hors de leur diſtance naturelle, et toutes les autres parties du meſme corps, s'affoibliſſant à meſure qu'elles s'eſloignent de l'œil ; il eſt certain que le reſte de la maſſe paroiſtra confuſément d'vne forme obtuſe et conuexe, qui eſt vne eſpece de rondeur.

Ce Theoreme ne ſe peut pas demonſtrer commodement par figure, quoy que Vitellion en ſon 4. Liure, pro. 95. y en ait fait vne, mais elle eſt fort inutile. Aguilonius s'eſt contenté, comme nous, du raiſonnement naturel ſans aucune autre delineation, c'eſt auſſi en ſon 4. Liure, Prop. 66.

THEOREME X.

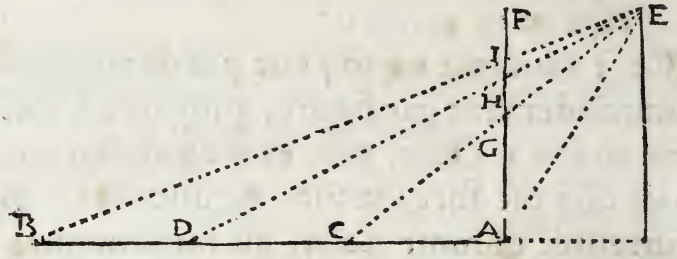
Aux Plans qui ſont eſtendus au deſſoubs de l'œil, les parties plus eſloignées ſemblent les plus hautes.

THEOREME XI.

Aux Plans qui ſont ſituez au deſſus de l'œil, les parties plus eſloignées ſemblent les plus baſſes.

DEMONSTRATION.

Ces deux propoſitions eſtant reciproquement conuerſes, la preuue de l'vne infere neceſſairement la conſequence de l'autre; C'eſt pourquoy ie les aſſemble ſoubs vne meſme demonſtration. Elles ont pour fondement les 8. et 9. Axiômes.



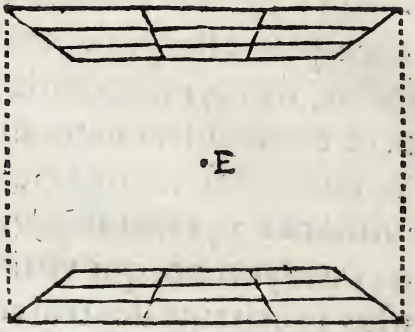
Soit premierement la ligne du Plan A B, eſtendu au deſſoubs de l'œil E, et ſur cette ligne A B, ſoient marquées les trois diuerſes diſtances AC, CD, DB, auxquelles du poinct de l'œil E, ſoient menées les lignes ou rayons viſuels EA, EC, ED, EB. Si donc de la premiere extremité du Plan AB, on eſleue vne perpendiculaire AF, au droict de l'œil E, les rayons viſuels allant trouuer chaque poinct de ces diſtances C, D, B, ils couperont la perpendiculaire

culaire AF, aux poincts G, H, I. Or il eſt clair que le poinct I, par où paſſe le rayon EB, de la diſtance plus eſloignée, eſt plus haut que le poinct H, du rayon ED, de la moyenne diſtance D, et conſecutiuement encore que le poinct H, du meſme rayon ED, allant à la moyenne diſtance D, eſt auſſi plus haut que le poinct G, du rayon EC, qui void C, la premiere et plus prochaine des trois diſtances.

Donc cette propoſition eſt vraye.

Pour l'autre propoſition ſuiuante, qui eſt ſa Conuerſe, on fera le meſme raiſonnement conſiderant la figure renuerſée, en ſorte que le plan AB, ſe trouue plus haut que l'œil E.

Les Peintres mettent ſouuent en pratique cette leçon, qui eſt vne des premieres de la Perſpectiue; C'eſt ce qu'ils appellent le concours des lignes au poinct de veüe; Car ſi ces lignes ſont ſur vn plan au deſſoubs de l'œil elles montent toutes au poinct de veüe: et ſi le plan eſt plus eſleué que l'œil, elles deſcendent neceſſairement pour concourir à ce meſme poinct de veüe.



Il ſuffit d'en voir icy la figure lineale ſans conſtruction pour n'embroüiller point l'eſprit du Lecteur en vne choſe ſi claire de ſoy et ſi facile à comprendre.

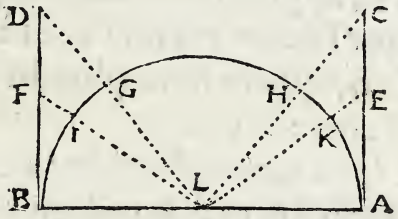
Voyez ce qu'en dit Aguilonius, Liure 4. Prop. 39. et 40. Et Vitellion, Liure 4. Prop. 37. et 38 et I. Bat. A Porta, dans ſon Optique Liure 5. Prop. 7. et 8.

THEOREME XII.

Aux Objects qui ont leur longueur tournée vers la profondeur du Plan, les Parties qui ſont à main droite ſemblent s'approcher vers la main gauche; Et celles qui ſont à la main gauche ſemblent tirer vers la droite.

Demonstration.

CEux qui n'eſtudient la Perſpectiue que pour l'vſage de la Peinture paſſent toutes ces ſpeculations theoriques, comme inutiles à leur deſſein; Mais les Geometres les conſiderent extremement, et y font des reflexions iudicieuſes, d'où ils tirent des conſequences vtiles à d'autres choſes.



Soit l'œil au poinct L, milieu de la ligne du plan AB, dont le coſté droit ſoit A; et le coſté gauche ſoit B; et que deux longueurs de part et d'autre s'aillent eſtendant en profondeur vers C, et D. Ie dis que la partie E, ſur le coſté droit AC, eſtant plus proche de l'œil que la partie C, l'interualle depuis E, vers C. paroiſtra plus à main gauche que l'autre interualle depuis E, vers A. Et par la meſme raiſon, que de l'autre part vers B, l'interualle

depuis F, vers D, paroiſtra tout au contraire plus vers la main droite que l'interualle depuis F, vers B. Car du centre L, ayant deſcrit la demie circonferéce BIGHKA, duquel centre partent les rayons viſuels LE, LC, et LF, LD, coupans la demie circonference aux poincts K, H, G, I. Puis donc que l'interſectió H, eſt plus proche du coſté gauche LB, que n'eſt l'interſection K, le rayon viſuel LC, qui paſſe par H, approchera dauantage du coſté gauche que l'autre rayon LE: et à l'oppoſite le rayon LD, approchera plus du coſté droit LA, que l'autre rayon LF.

Voyez les Demonſtrations de Vitellion, Liure 4. prop. 36. et d'Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 37.

THEOREME XIII.

Des Grandeurs egales eſtant ſituées plus bas que l'œil, les plus eſloygnées, c'eſt a dire, les plus auancées dans la profondeur du Plan, paroiſſent eſtre plus eſleuées.

THEOREME XIV.

Des Grandeurs egales eſtant posées au deſſus de l'œil, les plus eſloignées ſemblent eſtre les plus baſſes.

DEMONSTRATION.

LA Demonſtration de ces deux propoſitions reciproquemẽt conuerſes l'vne de l'autre, eſt toute ſemblable à celle des deux penultiemes precedentes, qui ſont la 10. et 11. Car tout ce qui a eſté dict là des Plans ſe doit tout de meſme entendre icy des hauteurs et des grandeurs dont il eſt queſtion, le ſommet deſquelles peut eſtre conſideré auſſi comme des plans, puiſqu'on les ſuppoſe egales et paralelles.

Voyez Vitellion et Aguilonius tous deux en leur 4. Liure, prop. 39 et 40.

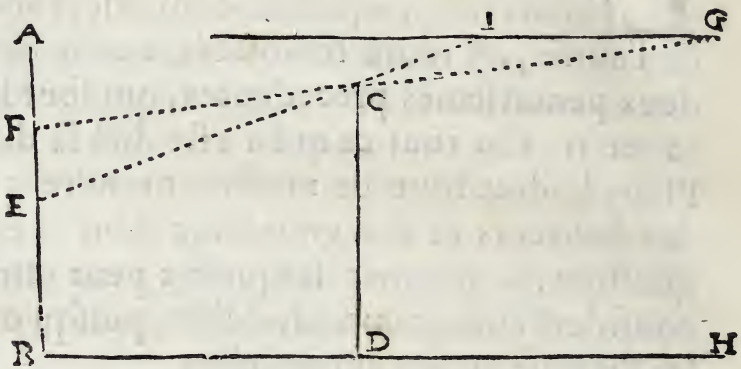
THEOREME XV.

Des Grandeurs, l'vne deſquelles ſurpaſſe l'autre en hauteur, eſtant poſées au deſſoubs de l'œil; ſi l'œil s'en approche, l'excés dont la plus grande ſurpaſſe la moindre paroiſtra plus grand; mais s'il s'en retire, ce meſme excés paroiſtra moins grand.

DEMONSTRATION.

SOit la ligne du plan BH, ſur laquelle ſoient les grandeurs AB, CD, et que l'œil

ſoit premierement au poinct I, plus eſleué que ces deux grandeurs:



Et que le rayon viſuel IE, paſſant par C, ſommet de la premiere et plus petite grandeur CD, aille rencontrer l'autre grandeur AB, au poinct E: Il eſt euident que l'œil eſtant en cette proximité verra au deſſus de la premiere grandeur CD, la partie EA, de l'autre grandeur AB, qui eſt, par exemple, icy vn excés de la moitié de cette grandeur AB; Mais ſi dans vne ſeconde ſtation on fait que l'œil ſe recule parallellement ſur le meſme plan iuſques en G, le meſme rayon viſuel paſſant encore par le ſommet C, de la premiere grandeur, ne rencontrera plus la grádeur AB, qu'au poinct F; ſi bien que FA, qui

n'eſt icy que la quatrieſme partie de cette grandeur, ſera vn excés moindre que l'autre qui en faiſoit la moitié. Donc la Propoſition eſt vraye.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 43.

THEOREME XVI.

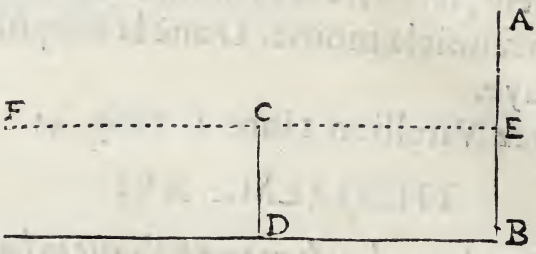
Des Grandeurs, dont l'vne excede l'autre en hauteur, eſtant propoſées, & l'œil ſe trouuant plus bas que ces grandeurs; s'il s'en approche, l'excés dont la plus grande ſurpaſſe l'autre, luy parroiſt moins grand; mais s'il s'en recule, ce meſme excés luy paroiſt plus grand.

Demonstration.

CEtte propoſition eſtant la conuerſe de la precedente, ce ſeroit vne redite ſuperfluë de repeter ſa demonſtration.

THEOREME XVII.

Des Grandeurs inegales eſtant posées au reſpect de l'œil, en ſorte que le rayon viſuel aille rencontrer à angle droit le ſommet de la plus petite Grandeur, ſoit que l'œil s'approche ou qu'il ſe recule, l'excés dont la grande ſurpaſſe la plus petite grandeur, ſemblera touſiours en meſme raiſon.



DEMONSTRATION.

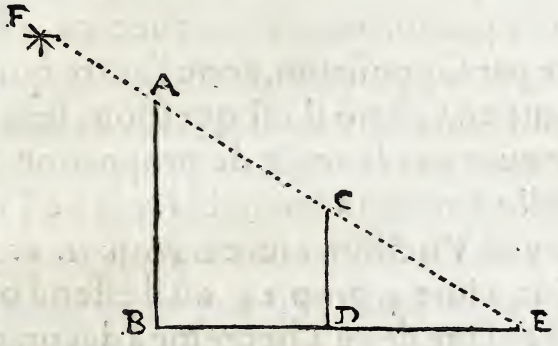
SOient les grandeurs inegales AB, CD, et le poinct de l'œil ſoit F, d'où le rayon viſuel paſſant par le ſommet C, de la plus petite grandeur CD, aille rencontrer à angle droict la grandeur AB, au poinct E, qui ſoit par exemple la moitié de cette grandeur; Il eſt certain que, quoy que l'œil ſe retire, ou qu'il s'approche de ces grandeurs au long de la ligne FCE, qui eſt le rayon viſuel allant rencontrer à angle droict le ſommet C de la plus petite grandeur CD, ce rayon demeurera touſiours fixe ſur l'autre grandeur AB. au meſme poinct E, que nous auons ſuppoſé eſtre la moitié de cette grandeur.

Ces trois derniers Theoremes ſont dans Vitellion, Liure 4. Prop. 43. 42. et 41.

Theoreme

THEOREME XVIII.

Connoiſtre la quantité d'vne hauteur propoſée.



DEMONSTRATION.

SOit la hauteur propoſée AB, qu'on veut meſurer, et que le rayon du Soleil F, paſſant par le ſommet A, vienne tomber ſur le plan BDE, au poinct E; Alors l'ombre que fera le corps AB, ſur le plan, couurira tout l'interualle BE. Donc prenant vne autre moindre grandeur CD, d'vne quantité conneüe (par exemple de dix pieds) et l'ayant plantée paralellement auec la hauteur propoſée AB, dans le plan de l'ombre BE, en ſorte que le meſme rayon du Soleil FACE, paſſe auſſi preciſément par le ſommet C, de la

moindre grandeur conneüe CD : Il s'enſuiura par la 4. Prop. du 6. Liure des Elements d'Euclide, que la proportion qu'aura ED, auec DC, ſera comme celle de EB, auec BA; Mais la proportion de ED, auec DC, eſt conneüe par ſuppoſition, donc l'autre qui eſt de EB, auec BA, dont il eſt queſtion, ſera facile à trouuer par la regle de proportion qu'on appelle communément la regle de Trois.

Voyez Vitellion Liure 2. Prop. 51. et Aguilonius, Liure 4. prop. 24. où il eſtend bien au long l'vſage de ce Theoreme à des pratiques de l'Arpentage, fort curieuſes.

La propoſition ſuiuante fait iuger qu'Euclide a entendu nous demonſtrer cellecy, par le moyen du rayon ſolaire, quoy qu'on le peut faire auſſi commodément par le ſimple rayon viſuel, l'vn et l'autre reuenant touſiours au meſme principe.

THEOREME XIX.

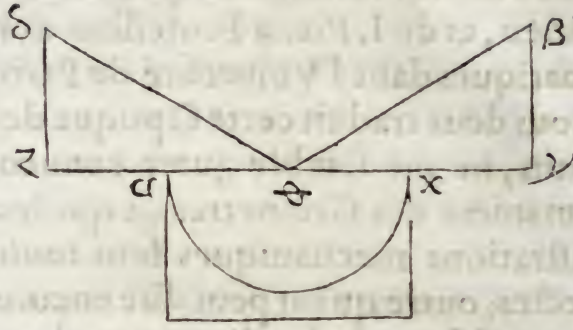
Sans l'ayde de la Clarté du Soleil; Connoiſtre la quantité d'vne hauteur propoſée.

Demonstration.

LA Demonſtration de ce Theoreme, par le moyen d'vn miroir, comme elle ſe

trouue dans les verſions de Bart. Zamberto Venitien, et de I. Pœna Profeſſeur des Mathematiques dans l'Vniuerſité de Paris, qui ont tous deux traduit cette Optique de grec en latin, ne me ſemble guere conuenable à la maniere des Geometres, à qui les demonſtrations mechaniques ſont touſiours ſuſpectes; outre qu'on peut dire encore que cellecy eſt hors de ſon lieu naturel, et empruntée d'vn autre Traitté qu'Euclide a fait de la Catoptrique, où elle eſt miſe pour la troiſiéme ſuppoſition. Neantmoins, parce qu'il y a de l'apparence qu'elle vienne de Theon, ſoubs le nom duquel le manuſcrit grec eſt intitulé, et que cét Autheur eſt trés-celebre, meſmes parmy les anciens: Ie ne veux pas me donner la liberté de la rebuter. La voicy donc tirée preciſément mot à mot de l'original.

Soit la hauteur propoſée à examiner Cγ: et ſoit poſé ſur le plan vn miroir κα, et l'œil eſleué au poinct Δ, et que le rayon viſuel Δη, partant de l'œil Δ, s'aille reflechir au long de la ligne ηC, droit au ſommet de la hauteur propoſée Cγ: et que du poinct de l'œil Δ, on abbaiſſe vne perpendiculaire ΔΖ:

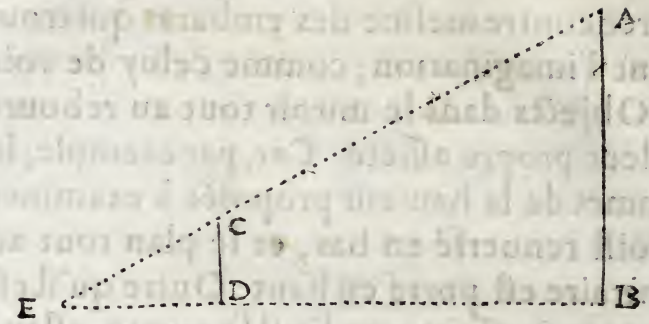


Donc les angles ϛϑγ, et ϑζ, ſont egaux entre-eux, comme il a eſté demonſtré dans la Catoptrique: De plus l'angle γ, eſt egal à l'angle ζ, car l'vn et l'autre eſt vn angle droit: Donc l'angle ϛ, reſtant eſt egal à l'angle reſtant , partant le triangle ϛγϑ, eſt ſemblable au triangle ζϑ, et par conſequent comme ϑγ, eſt à γϛ, ainſi ϑζ, eſt à ζ: mais la raiſon ou proportionalité de ϑ ζ, à ζ, eſtant donnée, elle eſt conneüe par ſuppoſition, donc la raiſon ou proportionalité de ϑγ, à γϛ, eſt auſſi conneüe. Or la quantité de ϑγ, eſt manifeſte, partant la hauteur de γ ϛ, le ſera auſſi.

Quoy que tout ce raiſonnement ſoit vray et precis ſelon la rigueur Geometrique, neantmoins l'application en eſt extreme-

ment difficile à faire dans la pratique; et il s'y rencontre meſme des embaras qui troublent l'imagination; comme celuy de voir les Objects dans le miroir tout au rebours de leur propre aſſiete. Car, par exemple, le ſommet de la hauteur propoſée à examiner paroiſt renuerſé en bas, et le plan tout au contraire eſt porté en haut: Outre qu'il eſt encore neceſſaire que l'œil ſe trouue eſleué preciſément au niueau de la hauteur qu'on veut meſurer; Ce qui ſeroit bien ſouuent trés incommode à executer, et quelquesfois meſme preſque impoſſible.

Si bien que c'eſt pluſtoſt fait de proceder à cette Demonſtration par le ſeul rayon viſuel, qui eſt vn moyen plus ſimple et plus iuſte à la pratique: Ioinct que la figure de cette ſeconde Demonſtration aura beaucoup de rapport à celle de la propoſition precedente, où le rayon du Soleil à ſerui pour le meſme effect que fera icy le rayon viſuel. Auſſi l'vn et l'autre de ces deux Theoremes ne pretend que de demonſtrer la meſme choſe, quoy qu'en deux manieres differentes.



Soit donc proposée la hauteur AB, de laquelle il faille determiner la quantité par le moyen du rayon visuel. Pour cet effect on preparera vne regle CD, d'vne mesure conneüe, comme par exemple d'vne toise, ou de telle autre longueur qu'on iugera plus commode pour l'operation, et ayant planté cette regle CD, paralellement à la hauteur proposée AB, il faudra se retirer en arriere, et s'ajuster l'œil en sorte que du poinct de l'œil E, on voye directement et precisément par les deux extremitez CD, de la mesure conneüe les deux autres extremitez AB, de la hauteur dont il est question. Cela fait, on mesurera la distance qui se trouue depuis l'œil E, iusques à l'extremité D, laquelle estant, par exemple, de douze pieds,

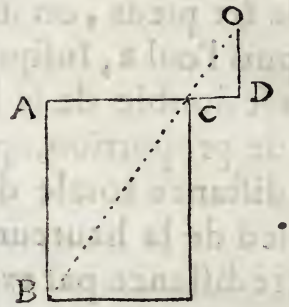
et toute la regle CD, n'eſtant par ſuppoſition haute que de ſix pieds, on inferera que la diſtance depuis l'œil E, Iuſques au pied de la regle D, eſt double de ſa hauteur: d'où par la regle de proportion, aprés auoir meſuré l'autre diſtance totale depuis l'œil E, iuſqu'à B, pied de la hauteur propoſée, et trouuant cette diſtance, par exemple, de ſoixante pieds, on conclura que la hauteur demandée A B, eſt de trente pieds, puiſque la hauteur eſt egale à la moitié de la diſtance.

THEOREME XX.

Vne profondeur eſtant proposée, en determiner la quantité.

Demonstration.

IL ſemble que cette propoſition, auſſi bien que la precedente, et encore celle qui ſuit, appartiennent mieux à la ſimple Geometrie qu'à la Perſpectiue, vû qu'elles regardent pluſtoſt le meſtier des Arpenteurs que celuy des Peintres: mais quoy qu'il en ſoit, voicy ſa demonſtration.



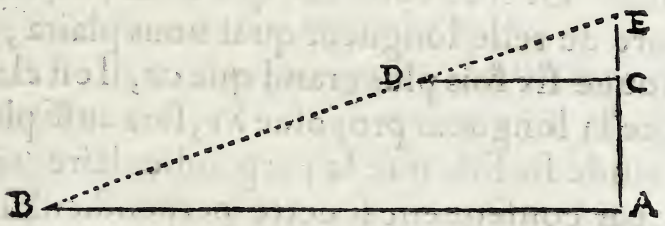
Soit la Profondeur propoſée AB, d'vn Puits creuſé perpendiculairement, dont l'ouuerture CA ſoit conneüe et ſuppoſée de ſix pieds de large. Ie dis que ſi par le centre de cette ouuerture CA, on couche à niueau vne regle DA, laquelle deborde du coſté C, vers D, par exemple de la longueur de deux pieds, et qu'à ſon extremité D, on eſleue vne perpendiculaire iuſqu'au ſommet O, d'où le rayon viſuel OB, aille rencontrer l'extremité de la profondeur B, il ſe formera deux triangles equiangles CAB, et CDO, par la 6. prop. du 6 Liure des Elements et par conſequent ſemblables et proportionaux: Or tous les coſtez de ce dernier CDO, eſtans conneus (parce qu'ils ſont fort aiſez à meſurer) ils nous donneront, par le moyen de la regle de

proportion

Proportion, la connoiſſance et meſure exacte de l'autre triangle CAB, duquel le coſté AB, fait la profondeur dont il eſt queſtion: car CA, eſtant ſuppoſé auoir ſix pieds de diametre, et CD, deux pieds de largeur, ſi DO, ſe trouue auoir quatre pieds, AB, qui eſt ſon coſté alterne aura douze pieds, qui ſont la meſure de la profondeur demandée.

THEOREME XXI.

Vne longueur eſtant proposée, en determiner la quantité.



Demonstration.

SOit la longueur propoſée AB, et à l'vne de ſes deux extremitez A, ſoit eſleuée la perpendiculaire AE, au haut de laquelle l'œil qui la regarde ſoit fixé au poinct E, d'où le rayon viſuel EB, forme le triangle ABE,

dont la baſe AB, fait l'eſtenduë de noſtre longueur propoſée. Si donc de quelconque poinct de cette perpendiculaire AE, on mene vne ligne CD, paralelle à la baſe AB, laquelle ligne paralelle CD, aille rencontrer le rayon viſuel EB, au poinct D, ie dis qu'elle formera vn petit triangle CDE, ſemblable au total ABE, et que le coſté CD, aura meſme proportion au coſté CE, du petit triangle, que la longueur propoſée AB, à la perpendiculaire AE, du grand triangle ABE, par la 2. prop. du 6. Liure des Elements d'Euclide. Or ſi ce coſté CD, que nous pouuons faire de telle longueur qu'il nous plaira, ſe trouue ſix fois plus grand que CE, il eſt clair que la longueur propoſée AB, ſera auſſi plus grande ſix fois que la perpendiculaire AE; et par conſequent ſi cette perpendiculaire AE, porte ſix pieds de hauteur, noſtre longueur propoſée AB, ſera de 36. pieds, c'eſt adire de ſix fois ſix pieds.

Ces trois dernieres propoſitions ſont demonſtrées par Aguilonius dans ſon 4. Liure de l'Optique, prop. 24. aux Corollaires 1, 2, et 3.

THEOREME XXII.

Si vne Circonference de Cercle eſt au meſme Plan que l'œil qui la void, le contour de cette Circonference luy paroiſtra vne ligne droite.

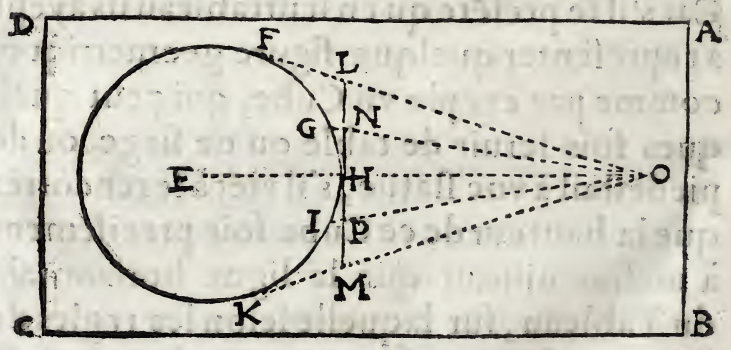
DEMONSTRATION.

CE Theoreme eſt tellement general pour toute ſorte de lignes courbes et irregulieres, que quoy qu'il ne ſoit enoncé icy que de la ſeule circonference de cercle, il ſe doit entendre neantmoins de toutes eſpeces de figures ſuperficielles, pourueu qu'elles ſe trouuent tracées ſur vn plan.

Les Peintres qui ſçauent la Perſpectiue mettent ſouuent en pratique cette leçon: Car s'il ſe preſéte qu'en leur tableau ils ayent à repreſenter quelque figure geometrique, comme par exéple vn Cube, qui peut quelques fois ſeruir de table ou de ſiege, ou de piedeſtail à vne ſtatüe, s'il viét à ſe rencótrer que la hauteur de ce Cube ſoit preciſément à meſme niueau que la ligne horizontale du Tableau, ſur laquelle ſelon les regles de l'Art, on doit touſiours mettre le poinct de diſtãce et le poinct de veüe (qui ſót les poles

de la Perſpectiue lineale) de quelque largeur que ſoit la ſurface horizontale de cette table ou piedeſtail, elle ne ſera repreſentée que par vne ſimple ligne droite: Sibien que ſi l'on ſuppoſe que ſur le plan meſme ou ſurface de cette table il y euſt vn cercle deſcrit, ou toute autre ſorte de figure ſuperficielle, et en telle quantité qu'on voudra, tout cela enſemble ſeroit compris et ſoubsentendu dans cette ligne horizontale. C'eſt donc l'intention de ce Theoreme, par le ſeul exemple de la ligne circulaire, de nous demonſtrer generalement la meſme choſe de toutes les autres lignes et figures.

Conſtruction Geometrique.



Soit le Plan ABCD, et ſur ce plan, du cen-

tre E, ſoit deſcrit vn Cercle FGHIK, et que l'œil qui void ce cercle ſoit au poinct O, duquel partent les rayons viſuels OF, OG, OH, OI, OK, et que OH, paſſe par le centre E. Si donc du poinct H, on mene vne ligne de part et d'autre HL, HM, qui ſoit perpẽdiculaire au rayon central OHE, elle ſera toute en dehors du cercle, par la 16. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide; Sibien qu'elle coupera tous les rayons viſuels OF, OG, OH, OI, OK, qui vont rencontrer le cercle. Or ſoient les poincts des ſections L, N, H, P, M.

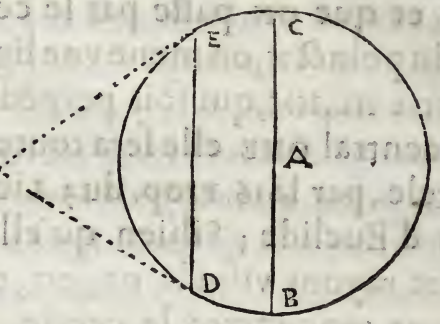
Puis donc que les poincts L, et F, ſe rencontrent au meſme rayon OF, ils ne feront que le meſme effect au reſpect de l'œil O: pareillement les poincts N, et G, P, et I, M, et K; par conſequent ſe trouuant tous ſur la meſme perpendiculaire LM, ils ne paroiſtront à l'œil qu'vne ligne droite.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop 50. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 57.

THEOREME XXIII.

Vne Sphere eſtant regardée en quelque maniere que ce ſoit auec vn ſeul œil, on en verra touſiours moins que la moitié de ſa demie circonference: mais cette

portion de Sphere paroiſt neantmoins compriſe dans vn Cercle.



DEMONSTRATION.

LA ſeule figure lineale eſt icy vne demonſtration trop ſenſible à l'œil pour qu'il ſoit encore beſoin de la luy confirmer dauantage par diſcours: neantmoins affin de ſatisfaire auſſi à l'eſprit, qui ne s'en rapporte pas touſiours aux demonſtrations mechaniques, il ſera bon d'aduertir que le fondement de ce Theoreme eſt tiré de la 17. prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide, qui dict que deux angles d'vn Triangle rectiligne, quels qu'ils puiſſent eſtre, ſont touſiours moindres que deux angles droits. Or ſi le Triangle FDE, que l'œil forme ſur

la Sphere ABDEC, pouuoit estre tel qu'il eust pour base BAC, diametre entier de la Sphere, il s'ensuiuroit que les deux rayons FB, et FC, ne couperoient point la circonference de la Sphere; mais la toucheroient seulement, et par consequent feroient chacun aux extremitez de ce diametre B, et C, vn angle de Contingence, qui par la huictiéme Prop. du troisiéme Liure des Elements d'Euclide, vaut vn angle droict.

Donc au triangle visuel FBC, il se trouueroit deux angles droits B, et C, qui est vne absurdité, par la 17. Prop cy-dessus.

Pour la seconde partie de ce Theoreme, qui dit, que cette portion de Sphere veüe, quoy que moindre que la demie circonference, ne laisse pas neantmoins d'estre comprise dans vn cercle, c'est-adire de paroistre parfaitement ronde; Cela vient de ce qu'vne Sphere, en quelque maniere qu'elle puisse estre coupée par vn plan, les deux segments, bien qu'inegaux, ont tousiours semblablement vn cercle pour base; comme Aguilonius l'a demonstré en son 4. Liure de l'Optique, Prop. 81.

Voyez aussi Vitellion Liure 4. Prop 66.

THEOREME XXIV.

Plus l'œil s'approchera d'vne Sphere, la portion qu'il en verra ſera reellement moindre; mais il croira qu'elle ſoit plus grande.

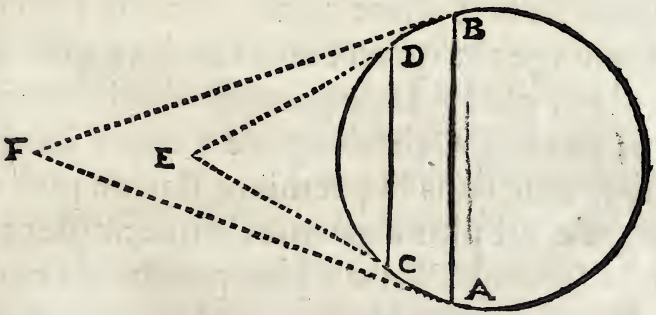
DEMONSTRATION.

CE Theoreme eſt ſi ſurprenãt d'abbord, qu'il ſemble nous propoſer deux paradoxes tout-à-fait contraires au ſens commun; et à moins que d'eſtre bien eſclairé des lumieres de la Geometrie, il eſt difficile de les comprendre: car la raiſon naturelle nous perſuade qu'à meſure que l'œil va s'approchant d'vne choſe et plus il en void.

Or ce qui le trompe en cela, c'eſt qu'en effect la meſme partie de ce corps qu'il void de loin luy paroiſt plus grande en s'en approchant, acauſe que l'angle formé par les rayons viſuels s'ouure à proportion que les rayons s'accourciſſent, par la 21 Prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide. Et cela eſt generalement vray parlant de toutes ſortes de corps: Mais ce qu'il y a de particulier en ce 24. Theoreme, c'eſt que ſur les corps Spheriques, l'œil en s'approchant ne void plus la meſme

la meſme quantité de la Sphere qu'il voyoit lors qu'il en eſtoit plus eſloigné, parce-qu'elle ſe diminüe ſucceſſiuement à chaque pas qu'il auance vers la Sphere: et neantmoins plus cette portion de Sphere ſe diminüe, plus elle luy paroiſt grande; qui eſt vn effect de la Perſpectiue certainement admirable, en ce qu'il ſemble impliquer vne eſpece de contradiction: ET c'eſt ce qui fait noſtre ſecond Paradoxe.

Mais la DEMONSTRATION geometrique nous va donner vne preuue ſi conuincante de la verité de l'vn et de l'autre, qu'il n'y aura plus lieu d'en douter.



Soit donc vne Sphere propoſée ACDB, et l'œil qui la void de la premiere ſtation plus eſloignée ſoit au poinct F. Il eſt clair que

les rayons viſuels FA, FB, allant rencontrer la Sphere aux poincts A, et B, ils en verront toute la portion AB: Aprés quoy ſi l'œil s'approche directement iuſqu'au poinct E, les rayons viſuels EC, ED, ne rencontreront plus la Sphere qu'aux poincts C, et D, et par conſequent n'en verront plus que la portion DC, laquelle manifeſtement eſt moindre que la premiere portion AB. Donc il eſt vray que l'œil s'eſtant approché de la ſphere il en void moins que lors qu'il eſtoit plus eſloigné: Et c'eſt la premiere Partie de ce Theoreme.

Quant à la ſeconde Partie, qui cauſe cette illuſion ſi eſtrange à l'œil, que lors qu'il void moins de la Sphere ACDB, il croit en voir dauantage; et qu'au contraire lors qu'il en void vne plus grande portion, il ſe l'imagine plus petite; Cela vient de ce que l'angle viſuel AFB, dans la premiere ſtation plus eſloignée, eſt plus aigu que l'autre angle CED, de la ſeconde ſtation plus proche de cette Sphere: car par les 5. et 6. Axiomes de ce Traitté, les choſes nous paroiſſent ou plus grandes ou plus petites, conformément à l'ouuerture de l'angle viſuel ſoubs lequel elles ſont veües.

Aguilonius a partagé ce Theoreme en deux diuerſes propoſitions, qui ſont les 83. et 84. de ſon 4. Liure de l'Optique.

Vitellion, ſuiuant Euclide, n'en a fait qu'vne, qui eſt la 67. Liure 4.

On peut voir auſſi par curioſité ce qu'en a dict I. B. APorta, qui ſemble auoir pris à taſche de contrepointer Euclide dans ſon Optique. Il a traitté cecy au 5. Liure, Prop. 22.

THEOREME XXV.

Vne Sphere veüe de fort loin, ne paroiſt qu'vn Cercle.

Demonstration.

LA plus claire Demonſtration qu'on puiſſe donner de ce Theoreme, c'eſt de propoſer l'exemple des Corps du Soleil et de la Lune, qui ſont vniuerſellement reconneus pour des Globes réellement et parfaitement ſpheriques, quoy qu'ils ne paroiſſent neantmoins que comme des Plans circulaires: Ce qui arriue par la trés-longue diſtance d'où nous les voyons, laquelle rend leur conuexité imperceptible.

Au reſte la conſtruction lineale de cette propoſition a tant de conformité auec la 22. precedente, qui monſtre qu'vn Cercle ne paroiſt qu'vne ligne droite à l'œil qui ſe trouue au meſme plan que le Cercle, qu'il n'eſt point beſoin d'en faire icy vn plus long diſcours, lequel ne ſeroit qu'vne eſpece de redite importune et inutile. Or la raiſon generale de cela eſt, que l'inegalité de longueur des rayons viſuels, qui vont rencontrer la Sphere, n'a quelques-fois pas du plus long rayon au plus court vne centmilliéme partie de difference, qui eſt vne choſe abſolument inſenſible à l'œil,

Les ſtudieux feront bien de voir ce que Aguilonius a obſerué ſur ce ſujet; c'eſt au 4. Liure de ſon Optique, Prop. 93 et 94. où il demonſtre que non ſeulement les ſuperficies concaues auſſi bien que les conuexes eſtant veües de loin ne paroiſſent que de ſimples plans; mais encore que quelques-fois l'œil ſe trompe ſi extremement en certains aſpects, que voyant vne ſuperficie conuexe il la croit concaue; ou tout au contraire. Deplus il adiouſte que ce Theoreme ſe peut entendre generalement auſſi des Cylindres et des Cónes.

THEOREME XXVI.

Vne Sphere eſtant regardée auec les deux yeux, ſi le diametre de cette Sphere ſe trouue egal à la ligne droite qui fait l'interualle d'vn œil à l'autre, on verra precisément la moitié de cette Sphere.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme, quoy que trés-vray, et meſmes facile à demonſtrer, n'a pas neantmoins paſſé ſans queſtion dans l'examen de quelques modernes qui ont eſcrit de l'Optique.

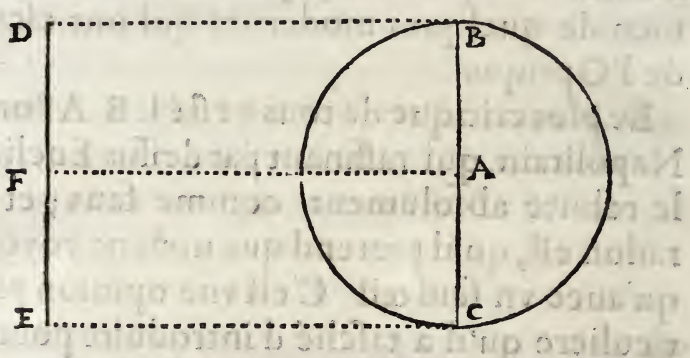
Le plus critique de tous a eſté I. B APorta Napolitain, qui raffinant par deſſus Euclide le rebute abſolument comme faux; et ſa raiſon eſt, qu'il pretend que nous ne voyons qu'auec vn ſeul œil. C'eſt vne opinion particuliere qu'il a taſché d'introduire pour ſe ſignaler; mais il n'a point eu de Sectateurs conſiderables.

Voyez la 21. prop. du 5. Liure de ſon Optique.

Aguilonius, qui me paroiſt bien plus iudicieux et tout autrement ſçauant en cette

matiere, s'eſt contenté d'adiouſter deux ou trois mots au texte d'Euclide, pour en eſclaircir dauantage l'intelligence : C'eſt ſa 85. prop. Liure. 4. où ie renuoye le Lecteur, qui verra mieux dans la ſource meſme le nœud de cette difficulté, que ſur l'extraict que i'en pourrois faire icy.

Vitellion Autheur ancien en ſon 4. Liure, Prop. 68, demonſtre auſſi ce meſme Theoreme, ſelon l'intention d'Euclide, dont voicy la conſtruction auec la figure.



Soit A, le centre d'vne Sphere propoſée, dont le plus grand cercle ait pour diametre BC; lequel diametre nous ſuppoſons eſtre egal à la ligne droite DE, qui fait l'interualle d'vn œil à l'autre. Si donc des extremitez de ce diametre BC, on mene deux perpen-

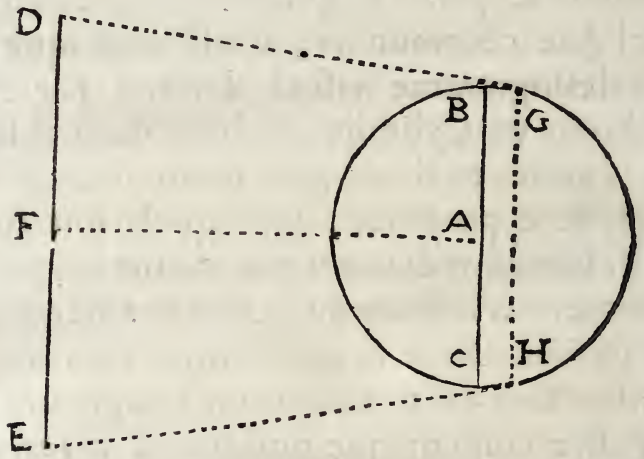
diculaires egales BD, CE, aboutiſſant aux extremitez de l'interualle des yeux D, et E, cet interualle DE, ſera egal et paralelle au diametre de la Sphere BC; Par conſequent ie dis que les yeux D, et E, verront la moitié de la Sphere preciſément: Car ſi du centre A, on mene encore vne perpendiculaire AF, allant rencontrer DE, au poinct F, et que du poinct F, comme centre on face mouuoir circulairement le paralellogramme BDEC, autour de l'Axe commun AF, il eſt clair que ce paralellogramme viſuel deſcrira par ſon contour vn Cylindre, la baſe duquel ſera vn cercle egal au plus grand cercle de la Sphere propoſée, puis qu'ils ont tous deux le meſme diametre BC, commun, par la premiere definition du 3. Liure des Elements d'Euclide. Donc la propoſition eſt vraye.

Mais ſans cette circuition imaginaire, il eſt aſſez euident que puiſque le rayon de l'œil D, va rencontrer vne des extremitez du diametre de la Sphere en B, et que le rayon de l'autre œil E, va ſemblablement rencontrer l'autre extremité du meſme diametre en C, ces deux rayons viſuels embraſſent preciſément la demie circonferenc e de

la Sphere propoſée, qui eſt terminée par ce diametre BC.

THEOREME XXVII.

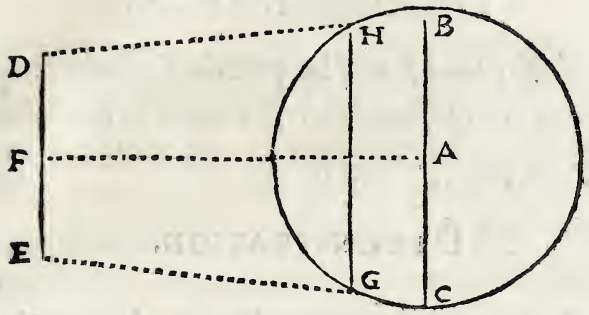
Si la ligne de diſtance d'vn œil à l'autre eſt plus grande que le diametre d'vne Sphere, ce qui ſe verra de cette Sphere ſera plus grand que ſa demie circonference.



THEOREME XXVIII.

Si la ligne de diſtance d'vn œil à l'autre eſt plus petite que le diametre d'vne Sphere, ce qui ſe verra de cette Sphere ſera moindre que ſa demie circonference.

DEMONST.



DEMONSTRATION.

Quoy que Vitellion en ſon 4. Liure, Prop. 69. et 70; Et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 86. et 87. eſtendent la Demonſtration de ces deux Theoremes auec autant de diſcours qu'ils en ont fait ſur le precedent.

Pour moy i'eſtime que, comme en effect elles n'en ſont qu'vne eſpece de Corollaires, il ſuffit de mettre icy leur Demonſtration lineale, ſans perdre encore le temps à dire ce qu'on void aſſez.

THEOREME XXIX.

En quelque maniere qu'vn Cylindre puiſſe eſtre veu auec vn ſeul œil, ce qu'on en verra ſera touſiours moindre que ſa demie circonference.

THEOREME XXX.

Mais l'œil s'auançant plus prés du Cylindre, ce qu'il en verra ira touſiours ſucceſſiuement ſe diminüant en effect, quoy qu'il luy ſemble en voir dauantage.

DEMONSTRATION.

LA demonſtration de ces deux Theoremes a le meſme fondement que les 23. et 24. cy-deſſus, où il eſt parlé des Spheres.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 78 79. et 80. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 98. 99. et 100.

THEOREME XXXI.

Vn Cóne qui a vn Cercle pour baſe, eſtant regardé auec vn ſeul œil, on verra moins que la moitié de ce Cóne.

THEOREME XXXII.

Mais ſi l'œil s'auance plus prés ſur le meſme Plan, la partie du Cóne compriſe ſoubs les Rayons viſuels ſera réellement moindre, quoy que neantmoins elle paroiſſe plus grande à l'œil.

DEMONSTRATION.

C'Eſt encore la meſme raiſon qu'aux Spheres, dont i'ay fait vne aſſez ample demonſtration cy-deuant ſur le 24. Theoreme, pour qu'elle puiſſe ſeruir d vne deciſion generale à toutes les propoſitions ſuiuantes qui traittent la meſme queſtion, parlant des autres Corps circulaires, tels que ſont les Cónes et les Cylindres.

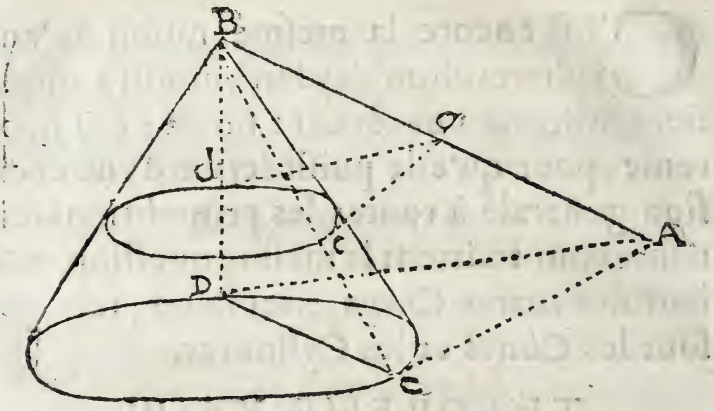
THEOREME XXXIII.

Vn Cóne ayant vn Cercle pour baſe, ſi par les poincts de rencontre que font les rayons viſuels tombans ſur la baſe de ce Cóne on mene des lignes droites au long de la ſuperficie du Cóne iuſqu'au ſommet, et que par ces lignes menées et par les rayons viſuels tõbans ſur la baſe du Cóne on leue deux Plans, à la commune ſection deſquels l'œil ſoit posé, la portion du Cóne qu'il verra luy ſemblera touſiours eſtre de meſme grandeur en quelque lieu qu'il ſe trouue ſur cette commune ſection des deux Plans.

DEMONSTRATION.

L'Intention de ce Theoreme paroiſt d'abbord aſſez difficile à conceuoir

ſoubs la ſimple enonciation de ſes termes.



Mais la figure geometrique en rend ſa demonſtration plus intelligible: Car ces Plans menez par les deux rayons viſuels AC, et AD, (qui touchant la baſe du Cône aux poincts C, et D, ſe vont rencontrer à ſon ſommet B) forment ſur leur commune ſection AB, l'angle viſuel CAD qui comprend et void le Cône, Sibien que l'œil A, eſtant poſé ſur la ligne de cette commune ſection AB, en quelque lieu qu'il ſe trouue haut ou bas ſur cette commune ſection AB, il verra touſiours le Cône ſoubs le meſme angle viſuel CAD, et ainſi par noſtre 7. Axiome il luy paroiſtra touſiours de meſme grãdeur.

Cette propoſition eſt la 87. du 4. Liure de Vitellion, et la 113 d'Aguilonius auſſi Liure 4. Ce dernier l'exprime en moins de parolles que noſtre Autheur, et elle ne m'en paroiſt pas pour cela moins intelligible. Ce que ie remarque tout exprés, affin que les ſtudieux y ayent recours, et qu'ils voyent là auſſi ſa demonſtration pour m'eſpargner de la mettre icy.

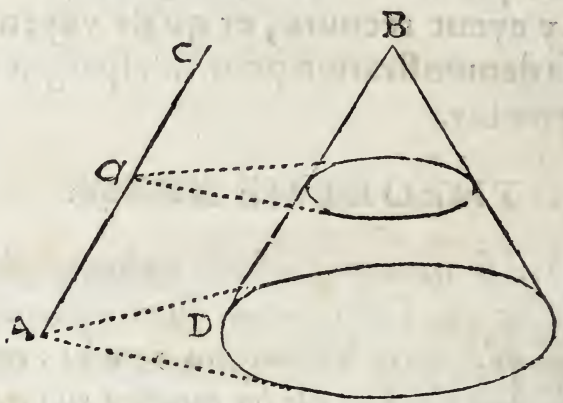
THEOREME XXXIV.

Mais l'œil ſe trouuant touſiours egalement eſloigné du Cóne, plus l'œil ſera haut eſleué, la portion du Cóne qu'il verra luy paroiſtra moindre; comme auſſi eſtant plus bas, elle luy paroiſtra plus grande.

DEMONSTRATION.

CEla eſt facile à conceuoir: car comme dans la precedente propoſition à meſure que l'œil A, s'eſleuoit plus prés du ſommet du Cóne B, il alloit en meſme temps s'approchant auſſi du Cóne, et qu'ainſi par cette proximité il regagnoit la quantité apparente du diametre du Cóne que la diſtance luy faiſoit perdre pendãt qu'il eſtoit plus

bas en A, et plus eſloigné du Cône: ainſi par raiſon contraire, l'œil eſtant icy par ſuppoſition touſiours egalement eſloigné de la ſuperficie du Cône (c'eſt-à-dire preſuppoſant qu'il chemine au long d'vne ligne droite



AC, paralelle à la ſuperficie du Cône B,) il eſt euident qu'à proportion qu'il s'eſleuera dauantage vers C, qui regarde directement le ſommet B, vers oú le diametre du Cône ſe va diminüant continuellement, cet œil verra réellement la choſe telle qu'elle eſt en effect, c'eſt à dire moindre s'il eſt plus prés du ſommet du cône, et plus grande auſſi s'il eſt plus prés de la baſe où le diametre du cône à ſa plus grande eſtenduë.

Vitellion qui a auſſi demonſtré ce meſme Theoreme (c'eſt ſa 88. prop. Liure 4) y adiouſte vne conſideration, qui neantmoins n'eſt pas exprimée dans le texte de noſtre Euclide: c'eſt qu'il fait entendre que l'œil ſe trouuant plus haut eſleué vers C, la portion du cóne qu'il void eſt réellement plus grande, quoy qu'elle luy paroiſſe moindre: et qu'au contraire deſcendant plus bas vers A, la portion du cóne qu'il void, laquelle ſenſiblement luy paroiſt plus grande, neantmoins eſt en effect plus petite.

Aguilonius fait auſſi cette meſme obſeruation dans vn corollaire qu'il adiouſte à ſa 114. prop. Liure 4.

Mais tout leur raiſonnement ſe doit entẽdre de la quantité geometrique touchant le circuit ou hemicycle du cóne, et non pas de ſa quantité materielle. Car il ſe peut faire que l'œil regardant le cóne au droict où ſon diametre, par ſuppoſition, a vn pied de large, il n'en verra, par exemple, que l'eſtenduë de 9. pouces, la conuexité ſuperficielle du cóne en cachant 3. pouces, qui eſt vn quart de diminution ſur tout le diametre: puis le meſme œil s'eſleuant plus haut au

droit où le diametre du cóne n'a que demi pied, il en verra peut eſtre 5. pouces.

Cela ſuppoſé, il eſt certain qu'en cette derniere ſtation l'œil void vne plus grande portion geometrique de ce diametre de demy pied, dont il ne perd qu'vne ſixiéme partie ſur le total, que lors qu'il eſtoit au droit du diametre large d'vn pied, la conuexité duquel en cachant 3. pouces luy faiſoit perdre vn quart tout entier de ſon eſtéduë. Mais l'œil de l'eſprit et l'œil du corps voyent cela fort diuerſement: et c'eſt ce qui fait que l'apparence et la verité ſont icy directement oppoſées.

Le 24. Theoreme cy-deuant parlant des Spheres, et le 30. parlant des cylindres, ont tant de rapport à celuy-cy qu'ils diſent tous en quelque façon la meſme choſe : ſi bien qu'il eſt inutile d'en repeter dauantage la demonſtration.

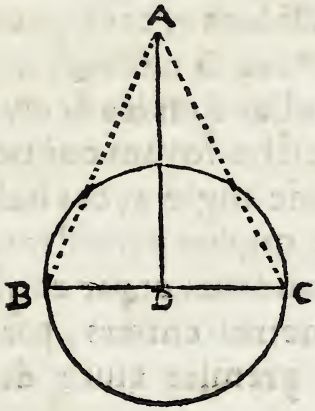
THEOREME XXXV.

Dans vn Cercle, ſi du centre on eſleue vne ligne perpendiculaire au Plan du Cercle, et que l'œil ſe trouue en quelque poinct que ce ſoit de cette ligne perpendiculaire, les diametres du Cercle luy paroiſtront tous egaux.

DEMONST.

DEMONSTRATION.

Iuſques icy Euclide a ſeulement examiné les effects de la Perſpectiue ſur les Figures ſolides, comme ſont les Spheres, les Cylindres, et les Cónes: maintenant il va parler des ſimples Superficies planes.



Soit le Cercle propoſé BC, au centre duquel D, on eſleue vne perpendiculaire DA, ſur laquelle l'œil ſoit planté au poinct A, en ſorte que les rayons viſuels AB, AC, aillent rencontrer les extremitez du diametre du cercle BC; il eſt clair qu'ils formeront deux Triangles ABD, et ADC, egaux et ſemblables, dont les baſes BD, DC, demy diametres du

cercle, eſtant veües chacune ſoubs vn angle egal BAD, et CAD, paroiſtront egales par noſtre 7. Axiome.

Or, ſuppoſant que la perpendiculaire DA, qui fait vn coſté commun aux deux Triangles, ſoit comme vn piuot ſur lequel ſe meuuét circulairement les deux Triangles ABD, et ACD, il eſt manifeſte que dans cette circuition leurs baſes BD, et CD, iront contournant preciſément la circonference du cercle BC, dont elles ſont les demy diametres; ſibien que l'œil les voyant continuellement ſoubs le meſme angle A, ces baſes ou demy diametres BD, CD, luy paroiſtront touſiours de meſme grandeur; et par conſequent encore les diametres entiers, par les 6. et 7. Axiomes du premier Liure des Elemens d'Euclide.

Aguilonius a traitté ce meſme Theoreme en ſon 4. Liure, prop. 62. Et Vitellion auſſi Liure 4. prop. 53.

THEOREME XXXVI.

Et ſi la ligne Eſleuée du Centre n'eſt pas perpendiculaire au Plan du Cercle, mais qu'elle ſoit ſeulement egale au demy diametre, les diametres paroiſtront egaux.

DEMONSTRATION.

QVoy que ce Theoreme vienne à conclure la meſme choſe que le precedent, neantmoins ſa demonſtration ne donne pas vne preuue ſi deciſiue ny ſi conuincante de ſa verité qu'elle ne demeure encore conteſtée par quelques Autheurs, entre leſquels le plus remarquable eſt I. B. APorta, qui dans ſon Traitté de l'Optique LIure 5. PROP. 23. le rejette abſolument comme faux, et pretend monſtrer qu'Euclide n'a pas ſi bien entendu cela que luy. Or le n'œud de cette difficulté, que noſtre preſomptueux critique n'a ſçeu demeſler, conſiſte premierement à faire que ſur la ligne obliquement eſleuée du centre du cercle, l'œil ſoit preciſément fixé à la diſtance ou iuſte eſtenduë d'vn demy diametre, parce-qu'à quelqu'autre diſtance generalement que l'œil puiſſe eſtre ſur cette ligne obliquement eſleuée du centre, il eſt certain que tous les Diametres du cercle (à la reſerue ſeulement des relatifs ou alternes à droict et à gauche) luy paroiſtront inegaux, n'y ayant que la ſeule diſtance du demy dia-

me tre, d'où les diametres entiers puiſſent luy paroiſtre touſiours egaux. Mais ce qu'il y a encore de plus notable et principalement eſſentiel dans cette propoſition, c'eſt que l'effect de l'Optique eſt tellement ſingulier pour les Diametres entiers (l'œil eſtant à la diſtance ſuſdite d'vn demy Diametre) que ſi l'œil conſideroit ſeulement chaque demy Diametre du cercle en particulier, ils luy paroiſtroient tous inegaux. Et c'eſt vray ſemblablement cela qui a donné lieu au paralogiſme de I. B. APorta qui, raiſonnant pluſtoſt en Sophiſte qu'en Geometre, à fort inconſiderement conclu que les Touts (c'eſt adire les Diametres entiers) deuoient paroiſtre inegaux à l'œil, puiſque leurs moitiez (c'eſt adire les demy Diametres) luy paroiſſoient inegales, et qu'ainſi le Theoreme d'Euclide eſtoit faux. Cette vray-ſemblance de raiſon eſt vn eſcuëil pour la pluſpart des demy ſçauants en Geometrie, qui tirent ſouuent des conſequences trés-fauces par cette apparente Identité d'argument: comme ſi aprés auoir demonſtré que tous les triangles rectilignes qui ont reciproquement entre-eux trois coſtez egaux

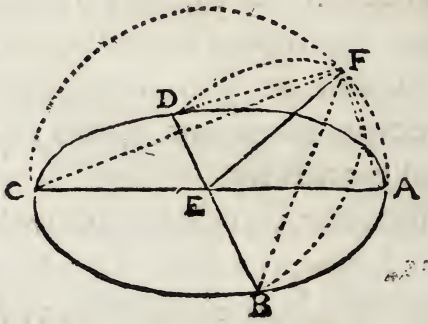
chacun au ſien, ont auſſi neceſſairement leurs angles egaux chacun au ſien, on vouloit conclure par ce conuertiſſement de raiſon que tous les Triangles rectilignes qui ont leurs trois angles reciproquemẽt egaux chacun au ſien, euſſent auſſi leurs meſmes coſtez reciproquement egaux; qui eſt vne abſurdité manifeſte.

Laiſſant donc cette logique aux Sophiſtes, reuenons à nos principes d'Euclide, dont la certitude eſt claire et directe, et la fermeté ineſbranlable.

Or la verité de ce Theoreme eſtant vne conſequence neceſſaire tirée du 7. Axiome qui dict, que toutes les choſes veües ſoubs des angles egaux paroiſſent egales: ET qu'il eſt conſtant que l'angle compris dans le demy cercle eſt vn angle droict, par la 31. PROP. du 3. LIURE des ELEMENTS d'EUCLIDE: et qu'enfin tous les angles droicts ſont egaux entre-eux. cela poſé.

Soit deſcrit le cercle ABCD, dont les Diametres ſoient AC, BD, et que du centre E, on eſleue vne ligne EF, oblique au plan du cercle, et egale au demy Diametre AE, ſur l'extremité de laquelle l'œil ſoit fixé au

poinct F, d'où les rayons viſuels FA, FC, aillent embraſſer le Diametre AC,



Puis donc que la ligne oblique EF, eſt egale aux demy Diametres EA, EC, la circulaire AFC, ſera iuſtement vn demy cercle, et par conſequent l'angle des rayons viſuels AFC, eſtant compris dans vn demy cercle eſt vn angle droict. Voyons maintenant encore le meſme effect ſur l'autre Diametre du meſme cercle BD: car EF. eſtant par ſuppoſition egale au demy Diametre BE, ou ED, la circulaire BFD, ſera iuſtement vn demy cercle egal au premier AFC, puiſque leur demy Diametre eſt commun, et par conſequent auſſi les rayons viſuels FB, FD, qui comprennent le Diametre BD, du meſme cercle, eſtans pareillement dans vn

demy cercle formét encore vn angle droict. Donc l'œil voyant ces deux Diametres ſoûs le meſme angle du demy cercle, ils luy paroiſtront egaux: et ainſi de tous les autres Diametres.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 53. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 63.

THEOREME XXXVII.

Si la ligne allant de l'œil au Centre du Cercle n'eſt ny perpendiculaire au Plan du Cercle, ny egale au demy Diametre, ny formant des angles egaux auec les demy Diametres; mais qu'elle ſoit ou plus grande, ou plus petite que le demy Diametre, les Diametres paroiſtront tous inegaux.

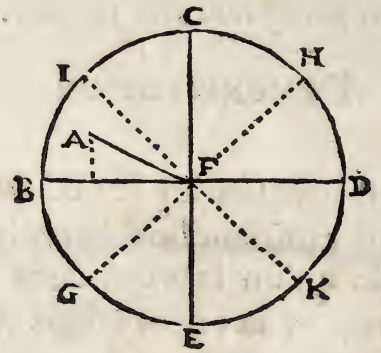
Demonstration.

SAns embaraſſer icy le Lecteur dans vne longue conſtruction literale de cette figure, telle qu'on la void dans Vitellion, Liure 4. prop. 55. et encore dans Aguilonius Liure 4. prop. 65. il ſera plus expedient de luy faire entendre par vne notion generale, que l'œil A, ſe rencontrant à l'extremité de la ligne oblique AF, qui part du Centre du

Cercle F, il peut arriuer trois cas tous differens au reſpect de la viſion.

Le premier eſt, que la ligne oblique AF, à l'extremité de laquelle l'œil eſt fixé, ſoit egale au demy Diametre du Cercle; et alors l'œil void dans le Cercle tous les Diametres egaux entre-eux, parce qu'il les void tous ſoubs l'angle droict: ET c'eſt ce qui a deſia eſté demonſtré au Theoreme precedent.

Les deux autres cas dont il eſt icy queſtion ſont, ou que cette ligne oblique AF, ſoit plus petite que le demy Diametre du cercle BF, oubien qu'elle ſoit plus grande.

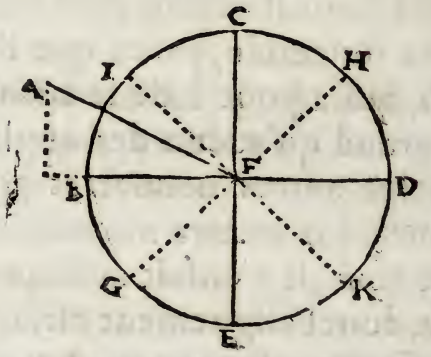


Que ſi elle eſt plus petite alors l'œil A, void les Diametres d'vne meſme part (BE, à droite ou BC, à gauche) tous conſecutiue-

ment

ment inegaux; mais de telle sorte que le Diametre BD. qui se rencontre perpendiculairement soubs l'obliquité ou inclination de la ligne FA, paroist le plus grand de tous les Diametres du cercle, parce que l'angle visuel BAD, qui a pour base le Diametre BD, est plus grand qu'aucun des angles visuels qui ont les autres Diametres pour base. Et comme le Diametre BD. paroist le plus grand de tous, il s'ensuit aussi que le Diametre CE, dont l'alignement est au plus loin qu'il puisse estre du premier BD, et iusques auquel tous les autres Diametres successiuement intermediats se vont diminüant, doit paroistre le plus petit, puis qu'il est le dernier terme de cette diminution successiue. Or ces deux Diametres extremes BD, et CE, estans singuliers en cela qu'ils participent egalement du costé droict BE, et du costé gauche BC, dans chaque demy circonference du Cercle, il s'ensuit aussi necessairement qu'ils n'ont aucun diametre relatif qui puisse estre veu auec eux egalement soubs le mesme angle: Donc le diametre BD, paroist absolument le plus grand de tous, estant veu soubs le plus grand angle BAD;

et le diametre CE, au contraire paroiſt par meſme raiſon le plus petit.



Quant au dernier cas, où la ligne oblique FA, eſt plus grande que le demy diametre FB; nous infererons tout le contraire du precedent où elle eſtoit plus petite; et concluerons que l'angle viſuel BAD, ſur le diametre BD, (lequel angle va manifeſtement decroiſſant et ſe reſerrant à proportion que la ligne oblique FA, s'augmente en longueur) ſera en ce dernier cas le plus petit de tous les angles des autres diametres; comme au contraire l'angle CAE, ſera le plus grand.

Donc pour recapituler ſuccinctement les trois cas ſuſdits, on tiendra comme vne ma-

xime generale, que lors que la ligne oblique FA, eſt plus petite que le demy diametre FB, l'angle viſuel DAB, eſt obtus : lors qu'elle eſt egale au demy diametre, l'angle viſuel eſt vn angle droict: lors qu'elle eſt plus grande, l'angle viſuel eſt aigu.

La meſme proportionalité d'accroiſſement ou de decroiſſance ſe garde auſſi ſucceſſiuement à tous les angles viſuels tombans du poinct A, ſur chacun des autres diametres.

Il faut remarquer encore dans le texe de ce Theoreme, que quand il dit, *ny formant des angles egaux auec les demy Diametres*, cela s'entend de ces demy diametres reciproques à droict et à gauche egalement eſloignez de la ligne oblique FA, tels que ſont le demy diametre FG, à coſté droict, et FI, à gauche, ou tels autres generalement qui peuuent eſtre menez en pareil ordre dans le cercle: Car il eſt certain que chacun de ces demy diametres reciproquement alternes eſt veu ſoubs meſme angle que ſon relatif, et par conſequent ils paroiſſent de meſme grandeur entre eux, ſelon le 7. Axiome.

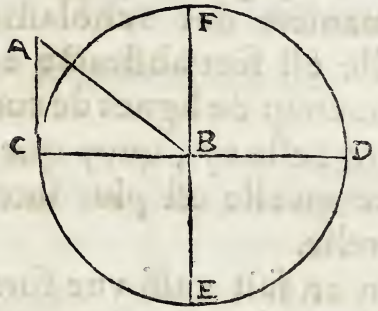
SVPPOSITIONS NECESSAIRES pour la Demonſtration des autres Theoremes ſuiuans.

SI l'œil ſe trouuant eſleué au deſſus du plan d'vn cercle, deux de ces rayons viſuels tombent ſur ce plan, l'vn obliquement au centre du cercle, et l'autre perpendiculairement ſur vn autre poinct quelconque du meſme plan; et que de ce poinct, où va tomber le rayon perpendiculaire, on mene vne ligne droite au centre du cercle; l'angle qui ſera compris de cette ligne et du rayon viſuel qui va rencontrer obliquement le centre du cercle, ſera plus petit qu'aucun autre angle qui puiſſe eſtre faict de ce rayon viſuel qui va rencontrer obliquement le centre du cercle, et de toutes les autres lignes quelconques allant ſur le plan paſſer par le meſme centre.

DEMONSTRATION.

POur faciliter l'intelligence de cette propoſition lemmatique, et en faire vne demonſtration oculaire, il ne faut que prendre vn quadran horizontal, et con-

ſiderer ſur le triangle ABC, qui en fait le ſtile, que le ſommet A, de ce triangle eſt le poinct de l'œil, et que la ligne oblique AB, partant du ſommet A, et aboutiſſant au centre du plan des heures B, eſt le rayon viſuel tombant obliquement au centre du cercle, et l'autre coſté AC, tombant à plomb ſur la ligne de midy CB, eſt le rayon perpendiculaire au plan.



Cela ainſi diſpoſé, il eſt trés-viſible que l'angle le plus aigu qui ſoit formé de toutes les lignes des heures autour du centre du quadran eſt l'angle ABC, tirãt ſur la ligne de midy où tõbe la perpendiculaire AC; et que ſucceſſiuement les autres lignes des heures, à meſure qu'elles s'eſloignent de la perpendiculaire AC, vont augmentant l'angle de

rencontre au centre B, iuſques à ce qu'enfin elles atteignent la ligne BD, directement oppoſée à la ligne de midy BC; Sibien que l'angle ABD, eſt le plus obtus qui puiſſe eſtre formé ſur ce plan à l'inclination de la ligne oblique AB; comme ſon oppoſite ABC, eſt auſſi le plus aigu.

Aguilonius au commencement du 4. Liure de ſon optique, Lemme 16. fait vne demonſtration de cecy plus reguliere et conforme à la maniere des Scholaſtiques: mais comme elle eſt fort abſtracte et embaraſſée de beaucoup de lignes de conſtruction, i'ay preferé celle cy, quoy que mechanique, parce qu'elle eſt plus intelligible et plus naturelle.

Vitellion en fait auſſi vne fort ample et aſſez conforme à celle d'Aguilonius, c'eſt la 39. Prop. de ſon 1. Liure.

LEMME I.

Or que la ligne AC, ſoit à angle droict ſur la ligne CB, nous le demonſtrerons ainſi.

Demonstration.

DAns la figure precedente, la ligne AC, eſtant ſupoſée tóber du poinct A, per-

pendiculairement sur le plan CEDF, et la ligne CB, estant sur ce mesme plan, il est euident par la 18. prop. du Liure 11. des Elements d'Euclide, que cette ligne BC, est aussi reciproquement perpendiculaire à la ligne AC.

LEMME II.

De plus encore nous demonstrerons que l'angle FAE, est plus grand que l'angle DAC.

Demonstration.

EN reuoyant la figure precedente du quadran solaire horizontal, on trouuera que le diametre du cercle CEDF, qui doit paroistre le plus grand à l'œil A, sera celuy de la ligne equinoxiale FE, parce qu'elle forme deux angles droicts au bout de l'Axe BA, au poinct B, qui va toucher ce diametre FE, au centre du quadran B, et par consequent l'angle visuel qui aura pour base cette ligne Equinoxiale, laquelle se monstre la plus grande, sera aussi le plus grand angle par la 18. prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide.

Voyez Aguilonius Liure 4. Lemme 19.

Ces deux Lemmes auec les ſuppoſitions precedentes ne ſe trouuent point dans la verſion latine que Bart. Zamberto Venitien a faite de cette Optique d'Euclide,

THEOREME XXXVIII.

Si le rayon viſuel allant au Centre du Cercle, et formant des angles inegaux ſur diuers Diametres n'eſt pas perpendiculaire au plan du Cercle, et qu'il excede en longueur le demy Diametre, ces Diametres paroiſtront tous inegaux; et celuy-là ſeul entre les autres ſemblera eſtre le plus grand auec lequel le rayon viſuel touchant le Centre du Cercle ſe trouuera perpendiculaire.

Demonstration.

CE Theoreme contient deux parties, dont la premiere ne differe point du 37. Theoreme cy deuant, c'eſt pourquoy il eſt inutile de le demonſtrer vne autre fois.

Quant à la 2. partie qui decide lequel de tous les diametres du Cercle doit paroiſtre le plus grand à l'œil; c'eſt encore ce qu'il vient de propoſer cy-deſſus au 2. Lemme:

Car

Car ayant fait voir lequel des angles viſuels eſt le plus grand, il s'enſuit immediatement de là que le diametre qui luy ſert de baſe paroiſt auſſi le plus grand à l'œil, puiſque la diuerſité des angles viſuels eſt la ſeule cauſe de la diuerſe grandeur apparente des objects, par les 5. 6. et 7. Axiomes.

Or ce qu'il appelle icy le Diametre auec lequel le rayon viſuel touchant le centre du cercle ſe trouue perpendiculaire, c'eſt a dire celuy lequel au poinct de l'attouchement (qui eſt le centre du Cercle) fait deux angles droicts auec le rayon viſuel; ſi bien que dans la figure cy-deſſus, repreſentant vn quadran horizontal, ce Diametre eſt la ligne Equinoxiale, les deux extremitez de laquelle E, et F, ſur le plan du quadran réel ſont egalement eſloignées du ſommet de l'Axe A, où nous auons eſtably le poinct de l'œil.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 55. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 65.

THEOREME XXXIX.

Mais ſi le rayon viſuel qui va rencontrer le Centre du Cercle n'excede pas en longueur le demy Diametre, mais qu'au contraire il ſoit plus petit, il

arriuera auſſi tout le contraire à l'esgard des Diametres: Car celuy des Diametres qui auparauant ſembloit eſtre le plus grand paroiſtra pour lors le plus petit, et le plus petit tout au contraire ſe monſtrera le plus grand.

DEMONSTRATION.

CEtte propoſition eſtant la conuerſe de la precedente, elle n'a pas beſoin d'eſtre demonſtrée: et comme au Theoreme precedent nous auons conclu que ſur le quadran ſolaire, dont nous auons propoſé la figure pour exemple, celuy des diametres de ſon cercle qui paroiſſoit le plus grand à l'œil (le rayon viſuel oblique eſtant plus grand que le diametre du cercle) eſtoit la ligne EQUINOXIALE; icy par raiſon contraire il s'enſuit neceſſairement que cette ligne EQUINOXIALE paroiſtra la plus petite, le rayon viſuel oblique eſtant plus petit que le demy diametre du cercle; et que la ligne de midy, qui eſt diametralement oppoſée à l'EQUINOXIALE, paroiſtra auſſi par conſequent la plus grande.

Voyez Vitellion LIURE 4. PROP. 55. et 56.

THEOREME XL.

Les roües des charriots paroiſſent quelques fois rondes, et quelques-fois en forme d'ouale.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme n'eſt proprement qu'vne application ſeruant d'exemple à tout ce qui a eſté enſeigné cy deuant aux Theoremes 35. 36. 37. et 38. en parlant des diametres des cercles: Car ſoubs le nom de ces roües de charriots on doit entendre generalemẽt toute ſorte de plans circulaires: Si bien que lors qu'il a eſté prouué cy-deſſus au 35. Theoreme, que l'œil ſe trouuant placé perpendiculairement au droict du centre d'vn cercle (c'eſt-adire que le rayon viſuel aille rencontrer à angles droits tous les diametres du cercle en vn meſme poinct) les diametres de ce cercle luy paroiſtront tous egaux entre-eux; et en quelques autres poſitions encore, comme à la diſtance preciſe du demy diametre du cercle, ſelon le 36. Theoreme, les diametres paroiſtront tout de meſme egaux: ce qui ne veut dire autre

choſe ſinon que le cercle luy paroiſtra parfaitemẽt rond; et par conſequent les roües, dont il eſt icy queſtion, eſtant des plans circulaires paroiſtront auſſi en ce cas-là parfaitement rondes.

Que ſi le rayon viſuel n'eſt pas perpendiculaire au plan des roües, ny à la diſtance preciſe de leur demy diametre, mais qu'il les rencontre obliquement, ſelon qu'il eſt expliqué aux 37. et 38. Theoremes, alors les roües paroiſtront en forme d'ouales.

Voyez Vitellion Liure 4. prop 96. et Aguilonius Liure 4. en vne Addition qu'il fait enſuite de la 66. propoſition.

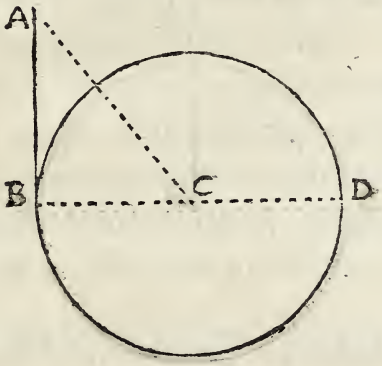
THEOREME XLI.

Si quelque grandeur eſt eſleuée perpendiculairement au deſſus d'vn Plan, et que l'œil ſe trouue en quelque endroit de ce Plan, autour duquel œil cette grandeur ſoit portée circulairement, cette grandeur paroiſtra touſiours egale.

Demonstration.

SOit la grandeur propoſée AB, eſleuée perpendiculairement ſur le plan BD, et

qu'elle ſe meuue circulairement autour de l'œil C.



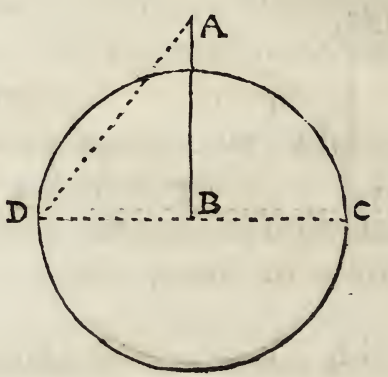
Ie dis que cette grandeur AB, eſtant touſiours veüe à meſme diſtance CB, qui eſt le demy diametre de ſon mouuement circulaire, elle ſera touſiours veüe auſſi ſoubs le meſme angle ACB, et par conſequent elle paroiſtra touſiours egale, par noſtre 7. Axiome.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 115. et Aguilonius auſſi Liure 4. Lemme 1. ſur la prop. 25.

THEOREME XLII.

Mais ſi la grandeur ou obiect viſible eſtant perpendiculaire au Plan, l'œil va cheminant circulairement ſur la circonference d'vn cercle qui ait pour

centre le poinct ſur lequel l'obiect viſible eſt posé, cet Objet ou grandeur viſible paroiſtra touſiours egale.



DEMONSTRATION.

CEtte propoſition eſtant ſeulement la conuerſe de la precedente, il n'eſt point beſoin d'en faire vne demonſtration particuliere; et il ſuffit de conſiderer icy la grandeur AB, eſleuée perpendiculairement au centre du plan circulaire, au lieu qu'elle eſtoit auparauant ſur la circonference; et alternatiuement transferer l'œil en la place de cette grandeur AB, au poinct C, où dans la figure precedente cette grandeur perpendiculaire AB, touchoit la circonference du plan au poinct B: car cette tranſpoſition reciproque ne change rien à l'ou-

uerture de l'angle viſuel ACB, ſoubs lequel la grandeur AB, eſtoit premierement veüe: c'eſt pourquoy auſſi il ne ſe fait aucun changement à la ſenſation viſuelle.

Vitellion comprend ce Theoreme et le precedent dans vne meſme propoſition; c'eſt la 115. citée cy-deſſus de ſon 4. Liure.

Voyez auſſi Aguilonius au 1. Lemme de la 27. Propoſition de ſon 4. Liure.

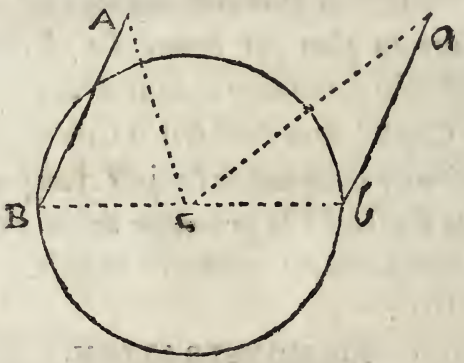
THEOREME XLIII.

Que ſi l'Object ou grandeur viſible n'eſt pas perpendiculaire au plan ſur lequel elle eſt, & que cet Obiect aille cheminant autour d'vne circonference de Cercle [dont l'œil ſoit le Centre, et que l'inclination ou obliquité de l'object change continuellement d'aſpect] la grandeur de cet object paroiſtra ſucceſſiuement touſiours inegale.

DEMONSTRATION.

IL m'a ſemblé neceſſaire d'adjouſter icy dans ma verſion quelque choſe qui n'eſt pas à mon auis aſſez exprimé dans le texte grec de mon exemplaire touchant l'inclination ou obliquité de l'object viſible, ſans

quoy le ſens du Theoreme demeure ambigu: Car ſi on conſideroit la grandeur AB, dans le mouuement circulaire qu'elle fait autour de l'œil C, gardant touſiours ſon inclination ou obliquité tournée vniformément vers C, la propoſition ſeroit abſolument fauſſe, parce qu'en ce cas l'angle viſuel ACB, demeurant touſiours le meſme, l'apparence ou la ſenſation viſuelle de la grãdeur de l'obiect AB, ne changeroit point; et ainſi la propoſition ne ſeroit pas vraye.



Mais l'intention de l'Autheur eſt, que l'inclination de l'obiect change continuellement d'aſpect à meſure qu'il chemine autour de l'œil C, enſorte que ſe rencontrant à l'extremité oppoſite du premier lieu d'où il eſt

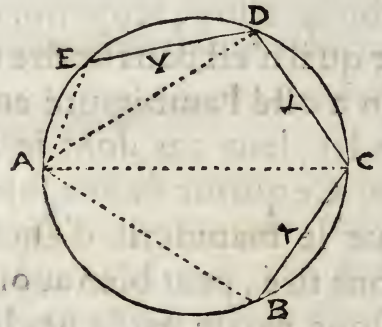
il eſt party, c'eſt adire de B, à b; L'inclination ou obliquité qui auoit eſté d'abbord penchante en dedans du Plan, ſe trouue pour lors penchante en dehors du meſme Plan; car par ce moyen l'angle viſuel acb, eſtant plus petit que l'angle ACB, l'object paroiſtra auſſi plus petit ſelon l'intention de ce Theoreme, et par le 6. Axiome.

Vitellion qui a traitté ce meſme Theoreme en ſon 4. Liure, Prop. 116. l'a eſtendu dauantage qu'il n'eſt dans noſtre texte d'Euclide, et en a oſté l'ambiguité en le propoſant ſoubs les deux cas dont ie fais icy la diſtinction. Ce qui me donne ſujet de ſoubçonner que le manuſcrit d'Euclide, d'où nous l'auons tiré, peut bien auoir eſté alteré en quelque partie par la negligence des Copiſtes: car j'ay déja remarqué en d'autres Propoſitions precedentes, que Zamberto Venitien, qui eſt le premier Traducteur latin qui ait donné cét Ouurage à l'impreſſion, auoit trauaillé ſur vn exemplaire moins correct et encore plus deffectueux que celui-cy, parce qu'il obmet des Propoſitions toutes entieres, et en laiſſe d'autres fort imparfaites.

Aguilonius a auſſi traitté ce Theoreme dans ſon 4 Liure au 2. Lemme de ſa 25. propoſition, où il eſt conforme à Vitellion.

THEOREME XLIIII.

Il y a vn certain lieu auquel l'œil demeurant fixe, et l'Obiect viſible changeant de place, cet obiect viſible paroiſt touſiours de meſme grandeur.



DEMONSTRATION.

CE Theoreme ſe demonſtre de la meſme ſorte que le 41. cy-deuant, mais la theſe de celuy-cy eſt plus generale, l'autre ne parlant que des grandeurs eſleuées perpendiculairement, au lieu qu'icy elles peuuent eſtre ſur le plan couchées de tou-

te leur eſtenduë. Et ce qu'il y a de fort remarquable en cette propoſition, c'eſt qu'elle ſemble en quelque façon inferer vn paradoxe contre noſtre 5. Theoreme cy-deſſus, où il eſt prouué, que ſi des grandeurs egales ſont ſituées en des diſtances inegales, elles paroiſtront inegales, et que la plus proche de l'œil luy ſemblera la plus grande. Neantmoins icy on prouue que la meſme grandeur ſituée tantoſt plus prés et tantoſt plus loin de l'œil luy paroiſt touſiours egale. Soit donc propoſé vn plan circulaire ABCDE, ſur la circonference duquel l'œil ſoit fixé au poinct A, d'où il voye la grandeur Y, ayant premierement ſes extremitez en BC, ſur la meſme circonference du plan; et puis que cette grandeur Y, ſoit transferée ſucceſſiuement ſur la meſme circonference en CD, et puis en DE, et ainſi de ſuite; Ie dis qu'en tous ces lieux-là elle luy paroiſt touſiours egale, parce qu'elle eſt touſiours veüe ſoubs vn angle egal, par les 27. et 28. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide: quoy qu'il ſoit trés-éuident qu'elle eſt plus proche de l'œil A, lors qu'elle ſe trouue en DE, que lors qu'elle eſtoit en CD. Ce qui ſem-

ble dõner quelque atteinte à noſtre 5. Theoreme cy-deuant, qui demonſtre que les grandeurs egales inegalement eſloignées ſemblent inegales. Mais icy elle a perdu par l'obliquité de ſa ſituation ce qu'elle auoit augmenté en s'approchant ; ſi bien que tous les angles viſuels qui la comprennent, ſçauoir DAE, CAD, et BAC, eſtans touſiours egaux entre-eux, elle doit paroiſtre auſſi continuellement egale par le 7 Axiome

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 113. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop 25.

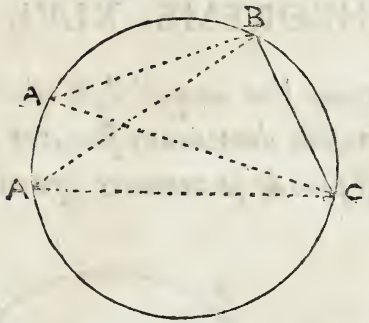
THEOREME XLV.

Il y a vn certain lieu auquel l'œil eſtant transferé, quoy que neanmoins l'Obiect viſible demeure fixe, cet Obiect viſible paroiſt touſiours de meſme grandeur.

Demonstration.

CE lieu là ſe doit entendre generalement de quelquonque poinct A qu'on voudra choiſir dans toute la circonference du plan circulaire ABC, pourueu que l'objet ou grandeur viſible BC, ſoit poſée comme

en la propoſition precedente, c'eſt-adire qu'elle atteigne la circonference du plan par ſes deux extremitez B, et C:



Car de cette ſorte l'angle viſuel qui ſe formera au poinct A, (où eſt ſuppoſée la place de l'œil) eſtant touſiours appuyé ſur la meſme portion de Cercle BC, il ſera touſiours egal par tout, ſelon la 21. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, et par conſequent l'object viſible paroiſtra touſiours auſſi de meſme grandeur par noſtre 7. Axiome.

Cette Propoſition eſt la conuerſe de la precedente: car il eſt indifferent pour l'effet de l'angle viſuel, que ce ſoit l'œil qui change de place ſur la circonference du plan circulaire, ou que ce ſoit la grandeur viſible.

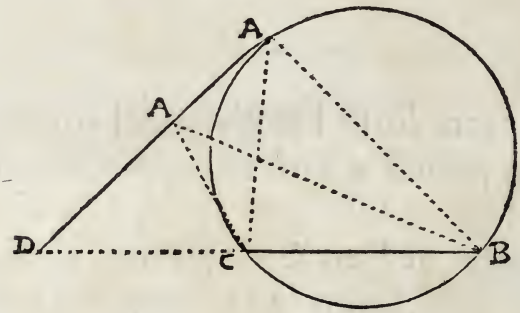
Aguilonius traitte ce Theoreme fort am-

plement aux prop. 27 28. et 30. de ſon 4. Liure.

Et Vitellion, prop. 114 auſſi Liure 4.

THEOREME XLVI.

Il y a vn certain lieu auquel l'œil eſtant transferé et l'Obiect viſible demeurant fixe, cet Obiect ne paroiſt plus de ſa premiere grandeur.



Demonstration.

IL ſemble preſque inutile de rechercher auec vne eſtude particuliere ce lieu-là, puiſque generalement en quelque lieu que l'œil ſe rencontre, hors de ceux où il a eſté aſſujety aux deux propoſitions precedentes (c'eſt-adire ſur la circonference du plan)

l'obiect fixe qui luy paroiſſoit pour lors egal de par tout, luy paroiſtra ſucceſſiuement icy touſiours inegal à meſure qu'il ira changeant de place: car preſuppoſant que l'œil chemine au long d'vne ligne droite DA, qui ne ſoit point paralelle à l'obiect ou grandeur viſible BC, (la propoſition ſuiuante induiſt en quelque façon icy cette condition de ligne) il eſt certain que l'œil A à chaque pas qu'il fera ſur la ligne oblique AD, alterera continuellement l'angle viſuel BAC, qui comprend par ſes rayons AB, AC, la grandeur BC: et ainſi cette grandeur luy paroiſtra inegale, conformément à la diuerſité ſucceſſiue de l'angle viſuel BAC, ſelon les 5. et 6. Axiomes.

Voyez Aguilonius Liure 4. Prop. 29. et Vitellion auſſi Liure 4 prop. 118.

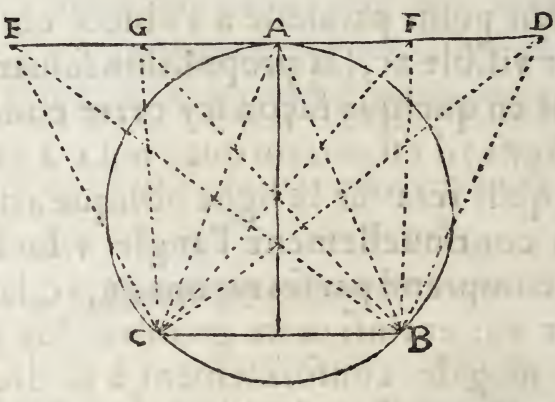
THEOREME XLVII.

Il arriuera encore la meſme choſe, quoy que la ligne d'où l'œil a changé de place ſoit paralelle à l'Obiect viſible.

Demonstration.

IL y a ſeulement icy cette difference de la precedente demonſtration, que la

ligne droite DE, du chemin de l'œil A, eſtant paralelle à la grandeur propoſée BC, ſi on eſleue vne perpendiculaire ſur le milieu de cette grandeur BC, laquelle perpen-



diculaire aille rencontrer au poinct de l'œil A, la paralelle DE, ce poinct de rencontre A, ſera le lieu d'où la grandeur propoſée paroiſtra ſoubs ſon plus grand angle, et d'où ſucceſſiuement en s'eſloignant l'angle de la veüe A, s'ira auſſi diminuant à proportion. Mais comme dans la figure de la precedente propoſition, il n'eſt pas poſſible d'aſſigner à l'œil A, deux lieux differents d'où la grandeur BC, luy parroiſſe egale, au contraire icy depuis le poinct de rencontre A, iuſques

iuſques au poinct E, tout cet interualle AE, donnera reciproquement les meſmes angles viſuels D, F, que ceux de E, G, de l'autre interualle AD, eſtans reciproquement placez en meſme diſtance du poinct A.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 119. et Aguilonius auſſi Liure. 4 Prop. 29.

THEOREME XLVIII.

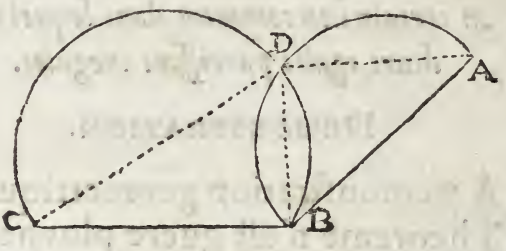
Il y a vn certain lieu commun dans lequel les Grandeurs egales paroiſſent inegales.

Demonstration.

LA demonſtration geometrique de ce Theoreme n'eſt guere plus neceſſaire que celle du 46. cy-deuant, veu que ſon intelligence n'eſt pas trop claire, par les 5. 6. et 7. Axiomes, qui enſeignent que les objects nous paroiſſent ou plus grands, ou plus petits, ou egaux conformément à l'ouuerture des angles ſoûs leſquels nous les voyons: Sibien qu'il ſuffit de dire en general, que ſi ces grandeurs egales, demeurant touſiours ſituées dans la meſme poſition au reſpect de l'œil, ne ſont pas equidiſtantes de l'œil, elles luy paroiſtront inegales, par le

5. Theoreme cy deuant, n'eſtant point veües ſoubs les meſmes angles; et ainſi elles paroiſtront inegales proportionnement aux angles viſuels qui les comprendront.

Neantmoins pour deſigner determinement ce lieu commun d'où elles paroiſſent inegales, et connoiſtre en meſme temps la difference preciſe de leur inegalité apparente;



Soient les deux grandeurs egales AB, BC, et que ſur chacune on accommode 2. portions de cercles inegales, par exemple vn demy cercle ſur AB, et vne portion de 2. tiers de cercle ſur BC, enſorte que ces 2. portions de cercles s'entrecoupét au poinct D: ie dis que ſi l'œil ſe trouue à ce poinct d'interſection D, il verra noſtre premiere grandeur AB, ſoubs l'angle droict ADB, parce qu'il eſt dans le demy cercle; il verra auſſi l'autre gran-

deur BC, ſoubs l'angle aigu BDC, lequel eſtant dans vne portion de deux tiers de cercle, il ſera moindre que l'angle droict ADB, par la 31. prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide. Or cet angle aigu BDC, eſtant preciſément moindre d'vn tiers que l'autre angle droict ADB, il s'enſuit que la premiere grandeur AB, paroiſtra auſſi plus grande d'vn tiers que la ſeconde grandeur BC,.

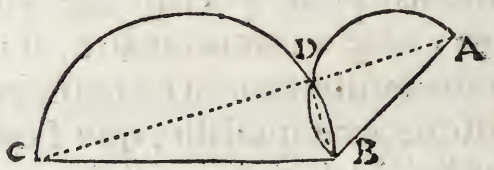
I. Bat. APorta traite ce meſme Theoreme au 5. Liure de ſon Optique, prop. 19. Et quoy qu'il demeure bien d'accord que l'enonciation du texte d'Euclide ſoit vraye, neantmoins pour y critiquer touſiours quelque choſe à ſon ordinaire, il pretend que la demonſtration en eſt fauſſe, n'eſtant pas poſſible, à ce qu'il dit, que l'œil puiſſe voir ſoubs l'angle de l'interſection que font les deux arcs de cercles, laquelle il troue trop proche. Mais quand il auroit raiſon en cela, ce qui n'eſt pas, veu que la plus proche des deux grandeurs eſt veüe ſoubs vn angle droit (lequel neantmoins il conſidere comme vn angle obtus, ſont ces propres termes) Il ne pouroit pas conclure delà, que noſtre Demonſtration d'Euclide fuſt

fauſſe, n'eſtant poinct queſtion icy de prouuer ſi l'œil peut commodement voir ſoubs cet angle. C'eſt vne certaine preſomption qu'a ce Moderne de vouloir paroiſtre plus ſubtil et plus eſclairé dans la perſpectiue qu'Euclide meſme.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 121.

THEOREME XLIX.

Il y a vn certain lieu commun d'où les grandeurs inegales paroiſſent egales.



Demonstration.

SOient deux grandeurs inegales AB, BC, au reſpect deſquelles il faille aſſigner vn poinct de veüe D, commun à l'vne et à l'autre, d'où elles paroiſſent egales entre-elles.

La Demonſtration de cette figure eſt fon-

dée ſur la 33. prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, par laquelle il nous enſeigne à former ſur vne ligne droite donnée vn arc de cercle capable d'vn angle egal à vn angle propoſé; et ſur la 10. definition du meſme Liure, qui dit, que les arcs ou portions ſemblables de cercles ſont capables des meſmes angles: et enfin ſur noſtre 7. axiome qui dit, que les choſes veües ſoubs angles egaux paroiſſent egales.

Ayant donc deſcrit par le moyen de cette 33. prop. du 3. Liure des Elements. ſur chacune de nos deux grandeurs propoſées AB, BC, deux arcs ſemblables de cercles, ils compredront des angles egaux, par la meſme 10. definition du 3. Liure. Or l'œil ſe trouuant au poinct D, commune ſection des deux arcs ſemblables, il verra leurs baſes (qui ſont nos deux grandeurs propoſées AB, et BC) ſoubs angles egaux, et ainſi elles luy paroiſtront egales, par noſtre 7. axiome.

Pour vne plus grande facilité dans la delineation de la figure demonſtratiue de ce Theoreme, il ſuffira de former vn demy cercle ſur chaque ligne des grandeurs données, ſans s'embaraſſer à l'operation qu'en-

ſeigne la 33. prop. du 3. Liure des Elements citée cy-deſſus, qui ſeroit trop longue à faire, et ne concluroit touſiours que la meſme choſe. Il eſt neceſſaire encore pour vne plus prompte execution, que les grandeurs propoſées s'entretouchent à l'vne de leurs extremitez, comme elles ſont icy au poinct B, qui leur eſt commun.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 122. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 31. et I. B. APorta, Liure 5. prop. 20. de ſon optique.

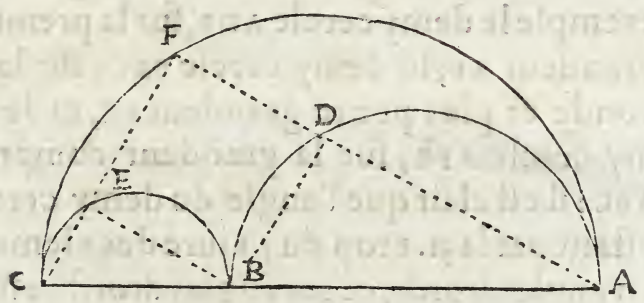
THEOREME L.

Il y a de certains lieux d'où deux grandeurs inegales en compoſant vne ſeule, elles paroiſſent toutes trois alternatiuement egales à chacune des inegales; [c'eſt adire tantoſt l'vne à l'vne, tantoſt l'autre à l'autre, et tantoſt encore la compoſée à chacune des deux ſimples.]

Demonstration.

Pour rendre le ſens de cette propoſition plus facile à conceuoir que n'eſt le texte de l'original, où l'enonciation eſt fort conciſe, ie l'ay eſtendüe vn peu dauantage en ma verſion qu'elle n'eſt au texte grec;

Et ie croy meſme qu'il eſt encore apropos d'adiouſter icy pour vne plus entiere intelligence, que ces deux grandeurs inegales en compoſant vne ſeule, c'eſt-adire ſe rencontrant bout à bout et directement en ſorte qu'elles ne facent qu'vne ligne droite, il faut neantmoins les conſiderer comme trois diuerſes grandeurs, les deux ſimples AB, et BC, chacune à part, et la compoſée ABC, comme vne troiſieſme:



Aprés quoy l'Autheur demonſtre par quel moyen il eſt poſſible de trouuer des lieux precis d'où ces trois grandeurs veües alternatiuement paroiſſent à l'œil tellement egales que la plus petite BC, eſtant comparée à la plus grande AB, ou à la totale meſme ABC, compoſée des deux AB, et BC, elles ſemblent

toutes trois reciproquement de meſme grandeur. Or tout cela ne conſiſte qu'à les faire voir ſoubs le meſme angle, par noſtre 7. Axiome.

Soient donc les deux premieres grandeurs inegales propoſées AB, BC, accommodées bout à-bout directement l'vne auec l'autre, en telle ſorte qu'elles facent vne troiſieſme grandeur compoſée des deux premieres ABC, et que ſur chacune de ces trois grandeurs on forme desarcs de cercles egaux, par exemple le demy cercle ADB, ſur la premiere grandeur AB, le demy cercle BEC, ſur la ſeconde et plus petite grandeur BC, et le demy cercle AFC, ſur la grandeur compoſée ABC: il eſt clair que l'angle du demy cercle, eſtant par la 31. Prop du 3. Liure des Elements vn angle droict, et les angles droicts eſtans tous egaux entre eux, ſi l'œil ſe trouue au poinct D, il verra la grandeur AB, ſoubs l'angle droict: Et paſſant aprés au poinct E, il verra auſſi la ſeconde grandeur B, ſoubs l'angle droict: puis ſe retirant enſuite au poinct F, il verra la grandeur compoſée ABC, encore ſoubs l'angle droict: et ainſi elles luy paroiſtront toutes trois conſecutiuement de meſme grandeur.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 125. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 32.

THEOREME LI.

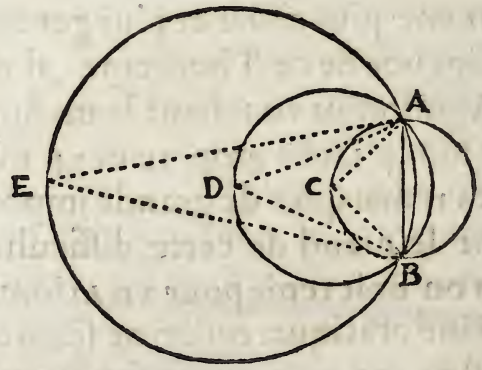
Trouuer des lieux de diſtance, d'où vne meſme grandeur ne paroiſſe precisément que la moitié, ou que la quatrieſme partie de ſa vraye grandeur; et generalement en telle raiſon ou proportion qu'on voudra preſcrire, conformément à l'ouuerture d'vn angle donné.

Demonstration.

POur vne plus claire et plus generale intelligence de ce Theoreme, il eſt bon de lire Aguilonius touchant la meſme queſtion en ſon 4. Liure prop. 33. et 34. où il fait quelques remarques de grande importance touchant le nœud de cette difficulté. Cependant on doit tenir pour vn Axiome de la Perſpectiue pratique: qu'on ne ſçauroit voir commodément vne choſe ſoubs vn angle plus ouuert que l'angle droict.

Mais preſuppoſant les choſes dans vne poſſibilité raiſonnable, et qu'il ſoit queſtion de doubler l'angle viſuel, ou de le couper

et diminüer en vne raiſon donnée, il faudra y proceder ſuiuant la 33. Prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, qui nous apprend à former ſur vne ligne droite propoſée vn arc de cercle capable d'vn angle donné. Or pour demeurer touſiours dans les termes de noſtre Axiome cy-deſſus, il faudra ſoigneuſement obſeruer que la ligne de la grandeur propoſée AB. ſoit touſiours la corde d'vn arc qui ne ſoit point moindre que le demy cercle, affin que l'angle viſuel ne ſe trouue iamais obtus.



Soit deſcrit vn cercle ACB, dont le diametre AB, ſoit noſtre grandeur propoſée, et que de ſes extremitez A, et B, on mene deux

rayons visuels AC, BC, s'allans rencontrer sur la circonference du cercle au poinct C, ie dis que l'angle qu'ils formeront sur cette circonference au poinct C, est vn angle droict, par la 31. prop. du 3. Liure des Elements d'Euclide, parce qu'il est dans vn demy cercle.

Or si du poinct C, où est l'angle droict, on descrit vn autre cercle ADB, dont C, soit le centre, et dont les rayons visuels AC, BC, formans l'angle droict ACB, soient precisément les demy diametres, et que des mesmes extremitez A, et B, de nostre grandeur proposée on porte les rayons visuels iusques sur la circonference du second cercle au poinct D, il est euident par la 20. prop. du 3. Liuredes Elements d'Euclide, que l'angle qu'ils formeront au poinct D, ne sera que la moitié de l'angle droict C, parce que l'angle du centre C, est double de l'angle de la circonference D: sibien que l'œil estant au poinct D, il ne verra la grandeur AB, que soubs vn angle moindre de la moitié que lors qu'il estoit au poinct C. Par mesme raison, si du poinct D, on descrit encore vn troisiéme cercle ABE, dont les rayons visuels AD, BD, soient semblablement les demy

Diametres, et qu'on eſtende ces meſmes rayons viſuels iuſques en E, ſur la circonference du troiſieſme cercle ABE, il s'enſuit pareillement par la meſme 20. prop. cy deſſus du 3. Liure des Elements, que cet angle E, ſera moindre de la moitié que l'angle D, et par conſequent ne ſera que la quatrieſme partie de l'angle droict C, dans le premier cercle. Donc il eſt certain que l'œil eſtant au poinct E, ne verra plus la grandeur AB, que comme vne quatrieſme partie de ce qu'elle luy paroiſſoit premierement eſtant au poinct C, qui eſt l'intention de noſtre Theoreme dans ſa premiere partie

Quant à la derniere qui propoſe en general toutes ſortes de proportions d'angles indefiniment, il faudra y proceder par la 33. Propoſition du 3. Liure des Elements citée cy-deſſus.

Or pour concluſion de ce Theoreme, et affin de preuenir vne erreur qui pouroit ſurprendre d'abbord ceux qui procedant trop à la legere, s'imagineroient qu'il ſuffit de s'eſloigner de l'obiect viſible proportionément à la difference de grandeur que l'on voudroit le faire paroiſtre, ie les auertis

qu'ils ſe ſouuiennent du 8. Theoreme de ce Traitté où nous aprenons qu'vne grandeur eſtant inegalement eſloignée de l'œil, elle ne garde pas aux angles viſuels la meſme raiſon ou proportionalité qui ſe trouue à la difference des diſtances, c'eſt-adire, qu'vne diſtance double d'vne autre diſtance ne fait pas voir pour cela l'obiect moindre de la moitié de ſa premiere grandeur

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 126. et 127. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop 33. et 34.

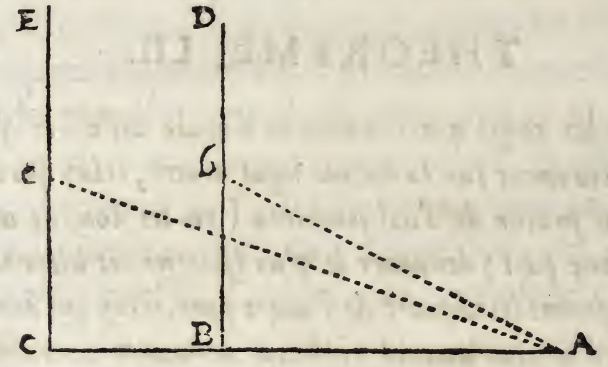
THEOREME LII.

Entre les corps qui cheminent d'egale viſteſſe et qui ſe trouuent ſur la meſme ligne droite, celuy qui eſt plus proche de l'œil ſemblera (en les conſiderant d'vne part) deuancer le plus eſloigné; et alternatiuement les voyant de l'autre part, celuy qui auoit paru le plus auancé ſemblera demeurer derriere, et tout au contraire le dernier ſemblera auoir repris le deuant.

Demonstration.

AVant que d'examiner la figure demonſtratiue de ce Theoreme, il eſt

neceſſaire d'expliquer par quel moyen on iuge de la viſteſſe ou de la tardiueté d'vn mouuement. Ie dis donc que ſi deux corps cheminant enſemble font en meſme temps vn eſpace de chemin egal, on iugera qu'ils auancent de meſme viſteſſe; et au contraire ſi l'vn arriue pluſtoſt que l'autre, on conclura que le dernier a marché plus lentement.



C'eſt ſur ce principe de connoiſſance qu'Euclide nous propoſe icy comme vn paradoxe, pour monſtrer que l'œil eſt ſouuent trompé dans ſon iugement: Car ſuppoſé que deux corps B, et C, diuerſement eſloignez de l'œil A, ſe trouuent ſur la meſme

ligne droite AC, à l'extremité de laquelle l'œil ſoit au poinct A, et que l'œil demeurant fixe, les deux corps B, et C, cheminent paralellement de meſme viſteſſe vers D, et E, il monſtre que B, qui eſt plus proche de l'œil A, ſemble en s'en allant vers D, cheminer plus viſte, et laiſſer derriere luy C, qui plus loin de l'œil A, chemine vers E; Mais tout au rebours, en retrogradant vers le lieu d'où ils ſont partis, ils ſemble que le dernier et plus eſloigné C, reprend le deuant et reuient plus viſte que B, qui eſt le plus proche.

Or cette illuſion de l'œil vient de ce qu'il iuge de la quantité de l'interualle du chemin par celle des angles que les rayons viſuels forment ſur le plan dans lequel ces corps cheminent; ſi bien que comme l'angle BAb, du premier corps B, allant vers D, eſt plus grand que l'angle CAc, de l'autre corps C, allant vers E, l'œil croit, ſuiuant ſon mauuais principe, que le corps B, eſtant arriué au poinct b, a fait vn plus grand chemin que le corps C, eſtant arriué au poinct c, puiſque le premier rayon Ab, eſt plus auancé ſur le plan, et qu'il fait vn plus grand angle que l'autre rayon viſuel Ac, quoy que

neantmoins l'interualle du chemin de l'vn et de l'autre ſoit tout egal.

Pour ce qui eſt de la derniere partie de ce Theoreme qui a l'apparence d'vn paradoxe en ce qu'elle ſemble inferer de la meſme cauſe vn effect directement oppoſé, neantmoins aprés l'auoir bien examinée elle ne paroiſt miſterieuſe que dans les parolles; car à la conſiderer ſur la figure reelle, ou meſme par la ſeule operation de l'eſprit, il n'y a rien de plus clair à conceuoir Que celuy de ces deux corps qui en allant paroiſt le plus auancé dans le chemin, ſçauoir b, tendant vers D, doit paroiſtre auſſi en meſme temps le plus eſloigné du lieu de ſon partement. Or comme nous auons dit que l'œil ne iugeant de la viſteſſe du mouuemét que par la fauſſe apparence de proximité, il s'enſuit neceſſairement que dans leur retour, les choſes luy paroiſſant tout au rebours, il fera vn iugement tout contraire, et croira que c, reuient plus viſte que b, parce que ſon angle viſuel CAC, eſtant plus petit que l'autre angle BAB, il luy ſemble auſſi plus prés du lieu du retour.

Voyez la Demonſtration de Vitellion L. 4. prop.

prop. 134. et Aguilonius Liure 4. prop. 143. 144. et 145. et auparauant encore Liure 3. prop. 51.

THEOREME LIII.

Si pluſieurs corps ſont portez d'vne viſteſſe inegale vers le meſme endroit, et que l'œil chemine auſſi du meſme coſté auec eux, ceux qui iront de meſme viſteſſe que l'œil luy ſembleront demeurer ſans mouuement, et ceux qui iront plus lentement luy ſembleront eſtre portez en arriere: mais ceux qui iront plus viſte que luy ſeront les ſeuls qui luy paroiſtront marcher en auant.

Demonstration.

IL eſt plus aiſé de conceuoir l'intention de ce Theoreme par la ſeule operation de l'eſprit que par vne delineation geometrique, quoy que Vitellion dans ſon 4. Liure prop. 135. et les autres traducteurs d'Euclide en donnent vne: Mais comme il faut ſuppoſer icy pluſieurs mouuemẽts inegaux, il eſt extremement difficile de rendre la choſe bien intelligible par ce moyen. Au reſte l'experience de ces tromperies de l'œil eſt

fort ordinaire à ceux qui voyagent en haute mer, où ils ne voyent que le plan de l'eau et leurs vaiſſeaux; car pour lors n'ayant aucun autre obiect que le corps de leurs vaiſſeaux d'où ils puiſſent, par le changement des interualles, remarquer la difference de leurs mouuements; s'ils ſont, par exemple, quatre vaiſſeaux qui aillent enſemble tous à la file ſur meſme ligne, dont les deux premiers auancent egalement et d'vn mouuement mediocre, et que les deux autres aillent d'vn mouuement inegal, l'vn fort lent, et l'autre fort viſte, les deux premiers qui s'en vont enſemble de meſme force eſtans à la teſte, ſemblent reciproquement l'vn à l'autre comme immobiles demeurer au meſme lieu, parce-qu'ils ſe voyent continuellement à meſme interualle; mais conſiderant les deux autres qui les ſuiuent d'vn mouuement inegal, il leur ſemblera que le plus viſte des deux ſera le ſeul qui aille en auant, parce-que s'approchant d'eux l'interualle de leur diſtance ſe diminüe; et pour le regard de l'autre qui demeure par ſa peſanteur ſucceſſiuement plus loin derriere, il leur paroiſtra en meſme temps aller en

arriere et faire voile de l'autre coſté, par le meſme effect de l'interualle qui va croiſſant à meſure qu'ils s'eſloignent dauantage l'vn de l'autre.

Voyez ce qu'en dit Aguilonius Liure 4. prop. 142. et 147. Et Vitellion Liure 4. prop. 110. et 135.

THEOREME LIIII.

Si entre des corps portez vers le meſme lieu il s'en rencontre quelqu'vn qui ne marche point, celuylà ainſi arreſté ſemblera marcher tout au contraire des autres.

Demonstration.

C'Eſt encore icy la meſme illuſion de l'œil qu'au Theoreme precedent: Car comme il n'a point d'autre fondement que la difference de l'interualle qui s'augmente ſucceſſiuement entre le corps immobile, et ceux qui en cheminant s'eſloignent de luy, la raiſon ſenſible d'où l'œil remarque que les mobiles ſe meuuent, eſtant parce-qu'ils ſe trouuent continuellement plus eſloignez de l'immobile, la meſme raiſon fait auſſi

que l'immobile luy ſemble aller s'eſloignant des autres, parce-qu'il le void plus eſloigné, et que l'interualle de la diſtance qui va croiſſant eſt eſgalement reciproque à l'immobile comme aux mobiles.

Voyez ce meſme Theoreme demonſtré par Vitellion en ſon 4. Liure, prop. 136. lequel auoit d'eſia expliqué le fondement de cette illuſion de l'œil dans la prop. 110. du meſme Liure 4.

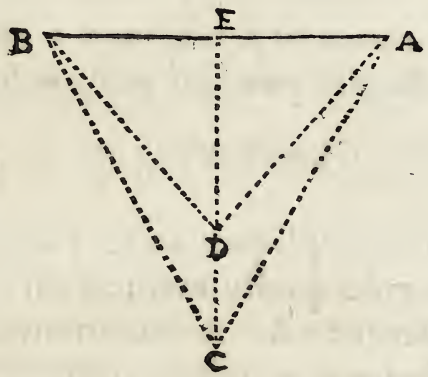
THEOREME LV.

Si l'œil, cheminant directement, s'approche plus près de l'object viſible, cet object luy ſemblera deuenir plus grand.

Demonstration.

POur oſter l'ambiguité importante qui ſe pourroit rencontrer en cette propoſition ſi on laiſſoit generalement à l'œil la liberté de s'approcher de l'object viſible en telle maniere qu'il voudroit, i'ay adjouſté dans le texte de l'Autheur ces deux mots, *cheminant directement*; Car il ſe peut faire, comme nous auons monſtré cy-deuant au Theo-

reme 45. que l'œil aille s'approchant ou se retirant succeſſiuement d'vne grandeur propoſée, ſans que pour cela elle luy paroiſſe ny plus grande, ny plus petite.



Suppoſant donc que l'œil eſtant premierement au poinct C, voye la grandeur AB, ſoubs l'angle viſuel ACB, et qu'en-ſuite il s'en approche directement au long de la perpendiculaire CE, iuſques au poinct D, alors il verra cette grandeur AB, ſoubs l'angle viſuel ADB, qui eſt manifeſtement plus grand que le premier angle ACB, par la 21. prop. du 1. Liure des Elements d'Euclide: Donc par noſtre 5. Axiome, l'obiect ou grandeur AB, luy paroiſtra proportionement

plus grande. Vitellion Liure 4 prop. 128. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 19. donnent cette meſme Demonſtration.

THEOREME LVI.

Des corps cheminans paralellement d'egale viſteſſe, les plus eſloignez paroiſſent aller plus lentement.

Demonstration.

IE viens d'expliquer au 52. Theoreme cy-deuant de quelle maniere on doit iuger de la difference des mouuements, ſçauoir ſi l'vn eſt plus lent ou plus prompt que l'autre, par la comparaiſon du chemin qu'ils ont fait en meſme temps. I'ay auſſi monſtré au 5. 6. et 7. Theoremes de ce Traitté, qu'entre les grandeurs egales, celles qui ſe trouuent plus prés de l'œil ſemblent eſtre les plus grandes. De là il eſt aiſé d'inferer la conſequence de cette propoſition: Car quoy que les corps qui ſont portez d'egale viſteſſe facent tous dans le meſme temps vn eſpace de chemin egal, neantmoins ſi l'œil les void d'vne diſtance inegale, il ſera trompé dans l'apparence de l'interualle du che-

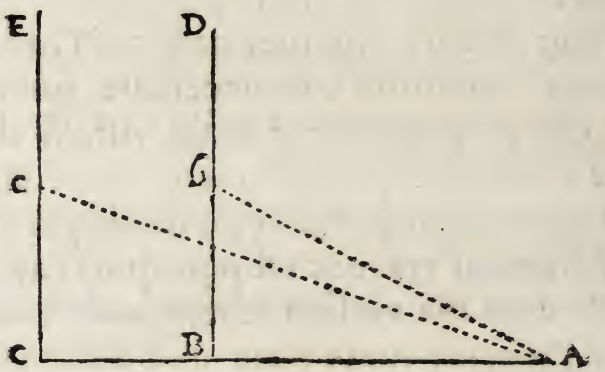
min qu'a fait le corps le plus eſloigné, lequel interualle luy paroiſt moindre que celuy de l'autre corps dont il eſt plus proche; deſorte qu'il s'imagine par là que le dernier et plus eſloigné a marché plus lentement.

Il faut encore obſeruer dans ce Theoreme vne condition trés-neceſſaire, qui eſt, que ces corps portez d'egale viſteſſe doiuent cheminer paralellement entre-eux, ſans quoy la propoſition ne ſeroit pas vniuerſellement vraye: c'eſt pourquoy i'ay adjouſté dans ma verſion le mot *paralellement*, pour preuenir toute ſorte d'objections.

La meſme figure Geometrique, laquelle a ſeruy de Demonſtration au 52. Theoreme cy-deuant nous rendra encore icy le meſme office, ces deux Theoremes ayant enſemble vne telle conformité de raiſonnement, que de la preuue de l'vn on en peut tirer vne induction certaine de l'autre, vû qu'ils ne ſont proprement qu'vne meſme choſe conſiderée diuerſement.

Soient donc les deux corps mobiles B, et C, cheminans au long des deux lignes paralelles et egales BD, CE, et que l'œil ſoit au poinct A. Ie dis que quand B, et C, mar-

chans d'egale viſteſſe et en meſme temps chaqu'vn ſur ſa ligne, ſeront arriuez aux poincts d'egale diſtance b, et c, l'œil (à qui



la ligne ou interualle Cc, paroiſt plus petit que l'interualle Bb, parce qu'il le void ſoubs l'angle CAc, qui eſt moindre que l'angle BAb, de l'autre ligne ou interualle Bb, plus proche de luy) s'imagine que le corps mobile C, qui luy paroiſt auoir faict moins de chemin, a par conſequent marché plus lentement que l'autre mobile B.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 132. et Aguilonius auſſi Liure 4. prop. 143.

THEO.

THEOREME LVII.

Si le centre de la veüe demeurant fixe, la prunelle de l'œil ſe va tournant deça et delà ſur diuers Obiects les plus eſloignez ſembleront ſe reculer en arriere.

DEMONSTRATION.

SI le texte original de ce Theoreme, qui eſt fort concis, eſtoit ſimplement traduit mot pour mot en noſtre langue, il feroit bien de la peine à le conceuoir, et demeureroit touſiours fort obſcur; C'eſt pourquoy ie l'ay eſtendu icy et paraphraſé ſelon l'expoſition qu'en a faite Vitellion en ſon 4. Liure, prop. 133. Mais parce que la demonſtration lineale qu'il en a donnée n'exprime pas bien à mon auis la vraye intention de noſtre Autheur, ie ne m'amuſeray point icy à la figurer, me contentant d'auoir indiqué aux ſtudieux le lieu où elle eſt.

Prenant donc le ſens de cette propoſition ſuiuant la ſuppoſition qu'Euclide fait dans l'Auant-propos de ce Traitté, où il ſouſtient, contre l'opinion de tous les modernes, que la veüe ſe forme par vne emiſſion de rayons viſuels qui vont parcourant

tous les objects, il ſera aiſé de conceuoir que ſi deux objects diuerſement eſloignez de l'œil ſont veus ſucceſſiuement l'vn à l'interualle par exemple de ſoixante pas, et l'autre à l'interualle ſeulement de trente, le rayon viſuel qui void le premier eſloigné de ſoixante pas, venant enſuite à regarder l'autre eſloigné ſeulement de trente pas, la proximité de ce dernier fait que le rayon viſuel ſe racourciſt, et ſe retirant comme en ſoymeſme ſe rapproche vers ſon centre qui eſt l'œil, et par conſequent laiſſe derriere le premier Object plus eſloigné, qui en meſme temps luy ſemble auſſi ſe reculer en arriere.

Cette illuſion eſt fort ordinaire à ceux qui allant ſur l'eau dans quelque barque s'imaginent que les montagnes et les arbres du riuage cheminent directement contre le courant de l'eau, et que leur barque demeure immobile.

Voyez Aguilonius Liure 4. Prop. 142.

THEOREME LVIII.

Les Objects croiſſans en grandeur ſemblent en meſme temps approcher plus prés de l'œil.

DEMONSTRATION.

CEtte propoſition n'eſt que la conuerſe de la 55. cy-deuant: Car la meſme imagination qui fait iuger que les choſes deuiennent plus grandes à meſure qu'elles s'approchent de l'œil, la meſme fait croire auſſi que les choſes en meſme temps que l'œil s'en approche deuiennent plus grandes, cette alternation de mouuement ne changeant rien dans l'effect de la ſenſation de l'œil, qui les voyant reciproquement ſoubs le meſme angle en iuge indifferemment de la meſme ſorte.

Voyez Vitellion Liure 4. prop. 129. Et Aguilonius auſſi Liure 4 prop. 20.

THEOREME LIX.

Tous les Obiects dont les parties ne ſont pas diſtantes à meſme interualle, ny en des aſſietes paralelles, leurs extremitez ne ſe trouuant pas entre elles placées reſpectiuement l'vne à l'autre, ny leurs parties du milieu directement ſur la meſme ligne droite, font que leur figure entiere paroiſt quelquesfois concaue, quelques-fois conuexe.

DEMONSTRATION.

VItellion qui traitte la meſme choſe dans ſon 4 Liure, prop, 130. adjouſte

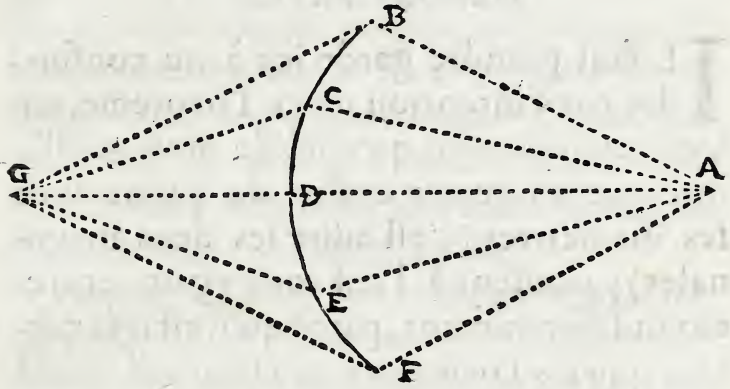
au texte d'Euclide que ces Objects ou grandeurs doiuent auoir leur ſuperficie ſur le meſme plan, et par là on iuge qu'il n'entend parler que des figures lineales planes, comme ſont les Cercles, les Ouales, et telles autres figures de cette eſpece.

Or il n'eſt icy queſtion que de ſçauoir determinément enquoy conſiſte la difference du Conuexe d'auec le Concaue; et pour cet effect il euſt eſté bien auantageux qu'Euclide nous en euſt donné la definition.

Aguilonius au 3. Liure de ſon Optique, prop. 17. et 18. l'explique aſſez amplement pour qu'il nous ſuffiſe, cela eſtant naturellement ſi intelligible qu'il n'eſt pas beſoin d'en faire icy vn plus long diſcours: Mais pour la Demonſtration geometrique, voicy comme on la peut figurer.

Soit l'œil au poinct A, voyant l'Object ou ſuperficie BCDEF, dont les parties du milieu C, D, E, ne ſont pas diſtantes de l'œil A, à meſme interualle que les deux extremes B, et F, ny en des aſſietes paralelles entre elles, les extremitez B, et F, ne ſe trouuant pas placées en ligne droite reſpectiuement auec les parties du milieu C, D, E, ces deux extre-

mitez B, et F, eſtant à vn plus petit interualle eſloignées de l'œil A, que les parties du milieu C, D, E, il eſt euident que cette ſuperficie BCDEF, paroiſtra concaue.



Or par le meſme raiſonnement, ſi on tranſfere l'œil A, à ſa partie oppoſite au poinct G, il arriuera tout le contraire; tellement que cette meſme ſupperficie BCDEF, paroiſtra conuexe à l'œil eſtant au poinct G, parce que ſes parties du milieu C, D, E, ſont en cette ſeconde poſition d'aſpect à vn plus petit interualle eſloignées de l'œil G, que ces deux extremitez B, et F.

THEOREME LX.

Vn Quarré eſtant proposé, ſi du poinct d'interſection

des diametres on eſleue à angles droits vne ligne ſur le plan de ce Quarré, et que l'œil ſoit mis ſur cette ligne, tous les coſtez du Quarré, et les deux Diametres paroiſtront egaux entre-eux.

DEMONSTRATION.

IL faut prendre garde icy à ne confondre pas l'intention de ce Theoreme, enſorte qu'on croye qu'EUCLIDE nous veüille dire que les quatre coſtez du quarré auec ſes diamettres (c'eſt-adire ſes deux DIAGONALES) paroiſſent à l'œil tous egaux entre-eux indifferemment, parce qu'il eſt trés certain que les Diametres ou Diagonales ſont veus ſoubs vn angle bien plus grand que celuy qui void les coſtez du quarré, leſquels en effect ſont auſſi bien plus petits.

Nous ferons donc deux parties de cette propoſition; et conſiderant les quatre coſtez du quarré comme la premiere partie, nous dirons que l'œil eſtant perpendiculairement eſleué au centre du plan du quarré, qui eſt l'interſection des deux Diagonales, tous les quatre rayons viſuels qu'il porte ſur chacune des extremitez de ces coſtez du quarré, ſont egaux entre-eux, et par conſe-

quent forment touſiours le meſme angle viſuel ſur chacun de ces coſtez : Donc par noſtre 7. Axiome ils paroiſſent tous egaux.

L'autre partie qui concerne les deux Diagonales ſe prouue encore de la meſme ſorte, puiſque les rayons viſuels, qui partant de l'œil vont rencontrer les extremitez de ces Diagonales aux quatre angles du quarré, ſont auſſi egaux entre-eux, et forment par conſequent auſſi touſiours le meſme angle, eſtant appuyé ſur baſes egales.

La Demonſtration de cette ſeconde partie, qui concerne les Diagonales de noſtre quarré propoſé, eſt ſemblable à celle qui a eſté faite cy deuant au 35. Theoreme, où il eſt parlé des Diametres des cercles: Car on peut imaginer icy qu'autour du quarré on ayt circonſcrit vn cercle, dont nos Diagonales ſont les Diametres.

Voyez Vitellion Liure 4. Prop. 57. et Aguilonius auſſi Liure 4. Prop. 74.

THEOREME LXI.

Mais ſi la ligne qui deſcent de l'œil ſur l'interſection des Diametres n'eſt ny perpendiculaire au plan du quarré, ny egale à chaque Section des Diagonales,

ny equiangle auec elles, les Diametres ſe monſtreront inegaux.

DEMONSTRATION.

CE Theoreme ne ſe trouue point dans la verſion latine que Bart. Zamberto Venitien a faite de cet Ouurage; ce qui confirme ce que i'auois deſia remarqué cy deuant en diuers endroits, que ce Traducteur a trauaillé ſur vn manuſcrit imparfait.

Au reſte il eſt inutile de demonſtrer dauantage cette derniere propoſition, veu qu'elle eſt toute ſemblable à la 37. cy-deſſus, qui traitte des DIAMETRES des Cercles, puis qu'on peut imaginer icy, comme ie viens d'aduertir au Theoreme precedent, qu'on ayt circonſcrit vn cercle autour du quarré dont il eſt queſtion; car cela eſtant, les DIAGONALES de noſtre quarré et les DIAMETRES du cercle n'eſtant qu'vne meſme choſe, la DEMONSTRATION eſt par conſequent auſſi la meſme, Si bien qu'il eſt ſuperflu de la repeter.

Voyez Vitellion LIURE 4. Prop. 59.

FIN.

1387-641 w/1387-642